

مقدمه ای بر مجموعه های فازی

مؤلفان :

دکتر مهدی طالب الفخر

مدرس دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد

شیوا شیبانی

دانشجوی دکتری ریاضی

انتشارات ارسطو

(چاپ و نشر ایران)

۱۳۹۸

سرشناسه : مهدی طالب الفخر - شیوا شیبانی
عنوان و نام پدیدآور : مقدمه‌ای بر مجموعه‌های فازی، طالب الفخر، مهدی، مولف،
۱۳۶۶ - شیبانی، شیوا، مولف، ۱۳۶۴
مشخصات نشر : مشهد: ارسطو، ۱۳۹۸.
مشخصات ظاهری : ۱۰۰ ص.؛ ۲۴ × ۱۷ س.م.
وضعیت فهرست نویسی : فیبای مختصر
یادداشت : این مدرک در آدرس <http://opac.nlai.ir> قابل دسترسی است.
شماره کتابشناسی ملی : ۳۷۶۴۷۲۳

نام کتاب : مقدمه‌ای بر مجموعه‌های فازی
مولفان : مهدی طالب الفخر - شیوا شیبانی
ناشر : ارسطو (با همکاری سامانه اطلاع رسانی چاپ و نشر ایران)
طراح جلد: فرانک علی اصغری ثانی
تیراژ : ۱۰۰۰ جلد
نوبت چاپ : اول - ۱۳۹۸
چاپ : مدیران
قیمت : ۳۰۰۰۰ تومان
شابک : ۹۷۸-۶۰۰-۴۳۲-۳۴۰-۶
تلفن مرکز پخش : ۰۹۱۲۰۲۳۹۲۵۵
www.chaponashr.ir



به نام خداوند جان و خرد

تقدیم به تمام آزادمردان و آزاد زنانی که نیک می‌اندیشند و عقل و منطق را
پیشه خود نموده و جز رضای الهی و پیشرفت و سعادت جامعه، هدفی
ندارند.

پیشگفتار مؤلفان

خداوند را شاکریم که توفیق تألیف این که کتاب را یافتیم که با روشی ساده و روان مفاهیم اساسی منطق فازی و احتمال فازی را که همواره مورد استفاده دانشجویان دوره‌های کارشناسی ارشد و دکتری رشته‌های علوم پایه و مهندسی می‌باشد را بیان کرده است.

به جهت نحوه ارائه مطالب، مطالعه این کتاب لذت‌بخش است و امیدواریم اساتید، دانشجویان محترم و همه اهل فن با ارائه راهنمایی‌های خود این جانبان را در جهت رفع نقایص موجود در تألیف یاری کنند.

در پایان شایان ذکر است دانشجویان عزیز می‌توانند اشکالات خود در زمینه‌ی موضوعات مطرح شده در این کتاب را از طریق E-mail با مؤلفین در میان بگذارند.

mehdifakhr11@gmail.com

مهدی طالب الفخر

shiva.sheybani95@gmail.com

شیوا شیبانی

فهرست مطالب

مقدمه	۹
فصل اول	۱۱
مفاهیم مقدماتی	۱۱
مقدمه	۱۲
۱-۱- تاریخچه‌ی منطق فازی	۱۲
۲-۱- متغیرهای زبان‌شناختی	۱۵
۳-۱- اجزای ابتدایی و اصول اولیه تئوری مجموعه‌های فازی	۱۶
۴-۱- نقش منطق فازی در فناوری جدید	۱۷
۵-۱- مفاهیم پایه اعداد فازی	۱۸
۶-۱- برشهای α برای روابط فازی $\alpha - cuts$	۲۲
۷-۱- عملگرهای فازی	۲۸
۸-۱- اصل گسترش	۲۹
۹-۱- اجتماع دو مجموعه فازی	۳۱
۱۰-۱- اشتراک دو مجموعه فازی	۳۲
۱۱-۱- تعریف فاصله بین دو مجموعه فازی	۳۲
۱۲-۱- بازه فازی LR	۳۴
۱۳-۱- فرم پارامتری بازه فازی	۳۶
۱۴-۱- عدد فازی دوزنقه	۳۶
۱۵-۱- اعداد فازی LR	۳۹
۱۶-۱- تعمیم چهار عمل اصلی برای اعداد فازی	۴۰
۱۷-۱- عدد فازی نرمال (تابع عضویت نرمال)	۴۱
فصل دوم	۴۴
مروری بر مفاهیم اولیه آمار فازی	۴۴

مقدمه	۴۵
۲-۱- برخی از ویژگی‌های اساسی احتمال و مفاهیم وابسته به آن	۴۵
۲-۲- متغیرهای تصادفی فازی و برخی ویژگی‌های آن‌ها	۵۰
۲-۳- چند قضیه اساسی	۵۷
فصل سوم	۶۹
قانون اعداد بزرگ برای متغیرهای فازی	۶۹
مقدمه	۷۰
۳-۱- قضایایی در مورد متغیرهای تصادفی فازی با همبستگی منفی	۷۰
۳-۲- مثال‌هایی از متغیرهای تصادفی فازی با همبستگی منفی	۷۶
۳-۳- نکات اساسی	۷۸
فصل چهارم	۸۰
رتبه‌بندی اعداد فازی	۸۰
مقدمه	۸۱
۴-۱- روش‌های مرسوم رتبه‌بندی اعداد فازی	۸۱
واژه‌نامه	۹۶
صحبت پایانی	۱۰۱
زندگینامه‌ی پروفیسور لطفی زاده	۱۰۲
کتاب‌شناسی	۱۰۴

مقدمه

وقتی در سال ۱۹۶۵ پروفیسور لطفی عسگر زاده، استاد ایرانی‌الاصل دانشگاه کالیفرنیا، برکلی اولین مقاله خود را در زمینه‌ی فازی تحت عنوان «مجموعه فازی» منتشر کرد، هیچ‌کس نمی‌توانست باور کند که این مقاله جرقه اولیه از پرتو یک جهان‌بینی در عرصه ریاضیات و علوم و اولین قدم در معرفی بینشی نو و واقع‌گرایانه جهان، در چهارچوب مفاهیمی کاملاً بدیع، اما بسیار سازگار با طبیعت انسان باشد. گرچه تا حدود چند دهه پیش مبحث فازی و بنیان‌گذار آن با مخالفت آشکار و سخت جمع کثیری از دانشمندان و ریاضیدانان و مهندسين روبرو بود، اما با پیدایش کاربردهای عملی منطق فازی و آشنایی و شناخت بیشتر جهان علم با مفاهیم فازی، به تدریج این مخالفت‌ها به تحسین تبدیل گشت، به‌طوری‌که در حال حاضر سالانه چندین کتاب و هزاران مقاله در این زمینه به چاپ می‌رسد.

از آنجاکه تئوری نظریه اعداد فازی به‌صورت موضوع گسترده‌ای درآمده است، معلم با وظیفه سنگینی روبه‌رو می‌شود هرگاه بخواهد در طول یک‌ترم تحصیلی تصمیم‌گیری کند که چه سرفصل‌هایی را پوشش دهد به‌وضوح تصمیم‌گیری باید تا حدی شخصی باشد. امیدواریم طریقه انتخابمان از سرفصل‌ها، کمکی برای معلمین آینده باشد.

به‌منظور مستقل بودن کتاب، در فصل‌های اول و دوم مقدمات و اصول اولیه اعداد و مجموعه‌های فازی را بیان می‌کنیم.

قانون اعداد بزرگ به زبان ساده بیان می‌کند که با افزایش تعداد آزمایش‌ها، دقت داده‌های تجربی افزایش می‌یابد. بنابراین از لحاظ کاربردی اهمیت ویژه‌ای برای آن

قائل هستیم زیرا به ما می‌گوید برای رسیدن به نتایج بهتر، آزمایش را بازهم تکرار کنیم.

هنگامی که با داده‌های فازی کار می‌کنیم، به نوع خاصی از قانون اعداد بزرگ نیاز داریم که این رده از داده‌ها را پوشش دهد. در فصل سوم این کتاب، این صورت ویژه از قانون اعداد بزرگ را ارائه می‌دهیم. در حقیقت، هدف اصلی ما در بخش سوم این کتاب تعمیم قضایای مربوط به متغیرهای تصادفی وابسته منفی با مقدار حقیقی به متغیرهای تصادفی وابسته منفی با مقدار فازی هست.

یک عدد فازی ابزاری مفید است، که می‌تواند به صورتی مفید به منظور مدل کردن سیستم در شرایط عدم قطعیت و غیردقیق بودن داده‌ها مورداستفاده قرار گیرد. به دلیل قابلیت اعداد فازی در نشان دادن ارزش‌های غیرقطعی، رتبه‌بندی این اعداد دارای کاربردهای فراوانی در علوم مختلف است. در زمینه‌ی رتبه‌بندی اعداد فازی تاکنون مدل‌های بسیاری ارائه شده است که هر یک بر اساس معیارها و ویژگی‌های خاصی از اعداد فازی این رتبه‌بندی را انجام می‌دهند. در اغلب مسائل کاربردی، رتبه‌بندی اعداد فازی یک از مؤلفه‌های مهم مراحل تصمیم‌گیری است و افراد متعددی در این زمینه کارکرده‌اند. در فصل چهارم این کتاب مروری کلی به روش‌های موجود در رتبه‌بندی اعدادی فازی خواهیم داشت.

از اهداف کاربردی این کتاب می‌توان به ارتباط برقرار کردن بین سه مفهوم مهم از علم ریاضیات (آنالیز ریاضی، آمار و فازی) نام برد.

فصل اول

مفاهیم مقدماتی

مقدمه

مفاهیم نادقیق بسیاری در پیرامون ما وجود دارند که آن‌ها را به صورت روزمره در قالب عبارات‌های مختلف بیان می‌کنیم. به این جمله دقت کنید: "هوا خوب است." هیچ کمیتی برای خوب بودن هوا مطرح نیست تا آن را اندازه بگیریم بلکه این یک حس کیفی است. درواقع مغز انسان با در نظر گرفتن فاکتورهای مختلف و بر اساس تفکر استنتاجی جملات را تعریف و ارزش‌گذاری می‌نماید که مدل‌سازی آن‌ها به زبان و فرمول‌های ریاضی اگر غیرممکن نباشد کاری بسیار پیچیده خواهد بود. منطق فازی فناوری جدیدی است که شیوه‌هایی را که برای طراحی و مدل‌سازی یک سیستم نیازمند ریاضیات پیچیده و پیشرفته است، با استفاده از مقادیر زبانی و دانش فرد خبره جایگزین می‌سازد.

در این بخش، مفهوم منطق فازی را به زبان ساده بیان می‌کنیم و مختصری از تاریخچه‌ی آن را می‌آوریم.

۱-۱- تاریخچه‌ی منطق فازی

اگر از ما پرسیده شود منطق فازی چیست شاید ساده‌ترین پاسخ بر اساس شنیده‌ها این باشد که Fuzzy Logic یا Fuzzy Theory یک نوع منطق است که روش‌های نتیجه‌گیری در مغز بشر را جایگزین می‌کند. مفهوم منطق فازی توسط دکتر لطفی زاده، پروفسور دانشگاه کالیفرنیا در برکلی، ارائه گردید و نه تنها به عنوان متدولوژی کنترل ارائه شد بلکه راهی برای پردازش داده‌ها، بر مبنای مجاز کردن عضویت گروهی کوچک به جای عضویت گروهی دسته‌ای ارائه کرد. به جهت نارسا و نا بسنده بودن

قابلیت کامپیوترهای ابتدایی تا دهه ۷۰ این تئوری در سیستم‌های کنترلی به کار برده نشد.

پروفسور لطفی زاده این طور استدلال کرد که بشر به ورودی‌های اطلاعاتی دقیق نیازی ندارد بلکه قادر است تا کنترل تطبیقی را به صورت بالایی انجام دهد. پس اگر ما کنترل‌کننده‌های فیدبک را در سیستم‌ها طوری طراحی کنیم که بتواند داده‌های مبهم را دریافت کند، این داده‌ها می‌توانند به طور ساده تر و مؤثرتری در اجرا به کار برده شوند.

به این تعاریف منطق فازی دارای این قدرت است که در تنظیم سیستم‌ها از میکرو کنترل‌های ساده و کوچک و جاسازی شده گرفته تا PC های چندکاناله شبکه شده بزرگ یا سیستم‌های کنترلی به کار برده شود. این منطق دارای قدرت اجرایی در سخت افزار، نرم افزار یا ترکیبی از هر دوی این‌هاست. در واقع منطق فازی راه ساده‌ای را برای رسیدن به یک نتیجه قطعی و معین بر پایه اطلاعات ورودی ناقص، خطا دار، مبهم دوپهلو فراهم می‌کند. منطق فازی یک قانون ساده بر مبنای

IF x And y THEN z

را بیان می‌کند.

به عنوان مثال به جای برخورد با اصطلاحاتی نظیر

$T < 1000F, 210 < TEMP < 220, SP = 500F$

اصطلاحاتی نظیر

IF (process is too cool) AND (process is getting colder) THEN

(Add heat to the process)

و یا

IF (process is too hot) AND (process is heating rapidly) THEN

(Cool the process quickly)

به کار برده شود.

درست مثل کاری که در هنگام دوش گرفتن انجام می‌دهیم: در صورتی که آب خیلی سرد یا خیلی گرم باشد بدون اینکه از درجه دقیق آب اطلاعی داشته باشیم تنها بر اساس پردازش انجام شده در مغز به کمک دریافت دمای هوا از طریق حسگرهای پوست با کمی سختی کشیدن آب را به سرعت به دمای دلخواه درمی‌آوریم یا آنکه می‌توانیم در یک اتاق به اشیاء گوناگونی نگاه کنیم و تصمیم بگیریم کدام یک بیشتر شبیه صندلی است و یا به مردم نگاه کنیم و بگوییم کدام یک شبیه یک شخص خاص هستند. منطق فازی قادر به تقلید این گونه رفتارها اما با سرعت بسیار بالایی است. از طرفی باید به این نکته هم توجه کنیم که تمامی سیستم‌های طبقه‌بندی ساخته ذهن انسان هستند و برچسب درست تا زمانی که یک سیستم طبقه‌بندی نسبت داده می‌شود که سیستم کنترلی دیگر آن را رد نکند مثلاً در تئوری نسیت دیگر درست نیست بگوییم زمین دور خورشید می‌گردد پس خورشید هم دور زمین می‌گردد! یا به عنوان مثال دیگر، کشف موجودی عجیب در استرالیا که پلاتی پوس نامیده می‌شود

و برخلاف پستانداران دیگر همانند خزندگان تخم می‌گذارد و جوجه‌های جوان را شیر می‌دهد! با این تعاریف می‌توان گفت که منطق فازی یک فناوری کنترلی بسیار قدرتمند است که به‌جای ساختن یک حصار در اطراف یک طبقه‌بندی سعی دارد آن را به‌گونه‌ای توصیف کند که به ایده نزدیک‌تر است.

۱-۲- متغیرهای زبان‌شناختی

در زندگی روزمره، کلماتی را به کار می‌بریم که اغلب برای توصیف متغیرها استفاده می‌شوند. به‌عنوان مثال هنگامی که می‌گوییم "امروز سرد است" یا "دمای هوا امروز پایین است" از واژه "پایین" برای توصیف "دمای هوای امروز" استفاده کرده‌ایم به این معنی که متغیر دمای هوای امروز واژه "پایین" را به‌عنوان مقدار خود پذیرفته است. واضح است که متغیر "دمای هوای امروز" می‌تواند مقادیری نظیر ۲۴° ، -۸° ، ۱۰° ، و... را اختیار کند. هنگامی که یک متغیر، اعداد را به‌عنوان مقدار بپذیرد ما یک چهارچوب ریاضی مشخص برای فرموله کردن آن داریم اما هنگامی که متغیر واژه‌ها را به‌عنوان مقدار می‌گیرد در آن صورت چهارچوب مشخص برای فرموله کردن آن در تئوری ریاضیات کلاسیک نداریم. درواقع در سیستم‌های عملی اطلاعات مهم از دو منبع سرچشمه می‌گیرند: یکی از منابع افراد خبره که دانش و آگاهی‌شان را در مورد سیستم با زبان طبیعی تعریف می‌کنند و منبع دیگر اندازه‌گیری‌ها و مدل‌های ریاضی هستند که از قواعد فیزیکی مشتق شده‌اند. بنابراین یک مسئله مهم ترکیب این دو نوع اطلاعات در طراحی سیستم‌هاست. برای انجام این ترکیب سؤال کلیدی این است که چگونه می‌توانیم دانش بشری را به یک فرمول ریاضی تبدیل کنیم؟