

اختراع و نجات جان انسانها با استفاده از مبحث لاپلاس (جلد اول)

وَمَنْ أَحْيَاهَا فَكَأَنَّمَا أَحْيَا النَّاسَ جَمِيعًا

هر کس جان یک نفر را نجات دهد مانند آن است که جان  
همه بشریت را نجات داده است

And whoever saves on - it is as if he had  
saved mankind entirely

سورة المائدة - آية 32

*Holy ghoran - 5.32*

روش اختراع کردن با استفاده از لاپلاس در زمینه های :

- تشخیص هوشمند بیماریهای جدید

- ساخت هوشمند دارو و ضد عفونی هوشمند محیط آلوده

- شناسایی هوشمند جعل و تخلفات صورت گرفته در زمینه ی بیماری

- ساخت وسایل کمک آموزشی تفریحی هوشمند در زمینه موارد فوق

مؤلف : مصطفی نیکو سیر جهرمی (دکترای برق گرایش مخابرات و دارنده

رتبه اول کشوری بخش ایده های نو مسابقات رباتیک (وسایل هوشمند))

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

به نام خداوند بخشاینده بخشایشگر

In the name of God the all Beneficent  
the all Merciful

## سپاس و درود:

سپاس خدایی که اسلام را برای نجات بشریت فرستاد و قرآن را کتاب هدایت انسان قرار داد و توسط قرآن با مردم سخن گفت و تلاش برای نجات جان انسان ها را تکریم کرد و فرمود: هرکس جان یک نفر را نجات دهد مانند آن است که جان همه بشریت را نجات داده است و درود خداوند بر پیامبر خاتم صلی الله علیه وآله و خاندان معصومش، که به ما آموختند که به شکل خدامحورانه از علوم بشری استفاده کنیم و از این علوم برای نجات جان بشریت استفاده نماییم

اختراع و نجات جان انسان ها با استفاده از مبحث لاپلاس (جلداول)

وَمَنْ أَحْيَاهَا فَكَأَنَّمَا أَحْيَا النَّاسَ جَمِيعًا

هر کس جان یک نفر را نجات دهد مانند آن است که جان  
همه بشریت را نجات داده است

**And whoever saves one - it is as if he had  
saved mankind entirely**

سورة المائدة - آية 32

**Holy ghoran - 5.32**

- روش اختراع کردن با استفاده از لاپلاس در زمینه های :

- تشخیص هوشمند بیماریهای جدید

- ساخت هوشمند دارو و ضد عفونی هوشمند محیط آلوده

- شناسایی هوشمند جعل و تخلفات صورت گرفته در زمینه ی بیماری

- ساخت وسایل کمک آموزشی تفریحی هوشمند در زمینه موارد فوق

مؤلف : مصطفی نیکو سیر جهرمی (دکترای برق گرایش مخابرات و دارنده  
رتبه اول کشوری بخش ایده های نو مسابقات رباتیک ( وسایل هوشمند )

# شناسنامه کتاب

عنوان کتاب: اختراع و نجات جان انسان ها با استفاده از مبحث لاپلاس

محتویات کتاب: روش اختراع کردن با استفاده از لاپلاس در زمینه

های :

- تشخیص هوشمند بیماریهای جدید

- ساخت هوشمند دارو و ضد عفونی هوشمند محیط آلوده

- شناسایی هوشمند جعل و تخلفات صورت گرفته در زمینه ی بیماری

- ساخت وسایل کمک آموزشی تفریحی هوشمند در زمینه موارد فوق

انتشارات: سازمان چاپ و نشر ایران

مؤلف: مصطفی نیکوسیر جهرمی

سال چاپ: 1399

قیمت کتاب: 10000 تومان

6	مقدمه:
7	فصل اول: لاپلاس برخی از توابع مهم:
8	بخش 1 فصل 1(1/1): لاپلاس عدد ثابت (لاپلاس $au(t)$ ):
10	بخش 2 فصل 1(1/2): لاپلاس $\cos(\omega t)$
16	بخش 3 فصل 1(1/3): لاپلاس $\sin(\omega t)$
22	بخش 4 فصل 1(1/4): لاپلاس $t^n$
24	بخش 5 فصل 1(1/5): مثال تشخیص و جعل شناسی بیماری:
39	بخش 6 فصل 1(1/6): ترجمه عربی و انگلیسی برخی از کلمات مهم این فصل:
47	فصل 2: لاپلاس $f(t)e^{at}$
48	بخش 1 فصل 2(2/1): لاپلاس $f(t)e^{at}$
62	بخش 2 فصل 2(2/2): مثال تشخیص و جعل شناسی بیماری
77	بخش 3 فصل 2(2/3): ترجمه عربی و انگلیسی برخی از کلمات مهم این فصل:
86	فصل 3: لاپلاس مشتق یک تابع:
87	بخش 1 فصل 3(3/1): فرمول لاپلاس مشتق یک تابع:
101	بخش 2 فصل 3(3/2): مثال تشخیص و جعل شناسی بیماری:
119	بخش 3 فصل 3(3/3): ترجمه عربی و انگلیسی برخی از کلمات مهم این فصل:
127	فصل 4: لاپلاس انتگرال یک تابع:
128	بخش 1 فصل 4(4/1): روش به دست آوردن لاپلاس انتگرال یک تابع:
143	بخش 2 فصل 4(4/2): مثال تشخیص و جعل شناسی بیماری:
160	بخش 3 فصل 4(4/3): ترجمه عربی و انگلیسی برخی از کلمات مورد نیاز این فصل:

## مقدمه:

در این مجموعه کتاب ها ابتدا مفهوم لاپلاس را توضیح می دهیم و بیان می داریم که یکی از انواع تحلیل شکل موج ها ،تحلیل در حوزه لاپلاس می باشد فلذا در صورتی که بدانیم لاپلاس شکل موج صدای ویروس یا میکروب باید چه شکلی داشته باشد می توانیم از شکل موج ویروس یا میکروبی که می خواهیم آن را شناسایی کنیم لاپلاس بگیریم و در صورتی که لاپلاس حاصل از شکل موج صدای ویروس یا میکروب جدید با لاپلاس شکل موج حاصل از ویروس یا میکروب قبلی یکی بود متوجه می شویم که ویروس یا میکروب به دست آمده همان ویروس یا میکروب قبلی هست

## فصل اول: لاپلاس برخی از توابع مهم:

این فصل در مورد لاپلاس برخی از توابع مهم می باشد در بخش اول این فصل (1/1) در مورد لاپلاس عدد ثابت توضیح داده می شود در بخش دوم (1/2) در مورد لاپلاس توابع کسینوسی بحث می گردد. در بخش سوم (1/3) در مورد لاپلاس توابع سینوسی توضیح داده می شود در بخش چهارم (1/4) در مورد لاپلاس  $t^n$  ، توضیح داده می شود. در بخش پنجم (1/5) یک مثال تشخیص و جعل شناسی بیماری همراه با پاسخ آورده می شود و بخش ششم این فصل (1/6) ترجمه عربی و انگلیسی برخی از کلمات مهم مورد نیاز در این فصل می باشد.

## بخش 1 فصل 1(1/1): لاپلاس عدد ثابت (لاپلاس) $(au(t))$ :

می توان ثابت کرد که لاپلاس عدد ثابت  $au(t)$ ، برابر با  $a/s$ ، می گردد

مثال:

لاپلاس  $5u(t)$ ، را به دست آورید

پاسخ:

از قاعده 1 فصل 1(1/1) می دانیم که لاپلاس عدد ثابت  $au(t)$ ، برابر با  $a/s$ ، می گردد  
بنابر این به این نتیجه می رسیم که لاپلاس  $5u(t)$ ، برابر با  $5/s$ ، می گردد.

مثال:

لاپلاس  $8u(t)$ ، را به دست آورید

پاسخ: از قاعده 1 فصل 1(1/1) می دانیم که لاپلاس عدد ثابت  $au(t)$ ، برابر با  $a/s$ ، می  
گردد بنابر این به این نتیجه می رسیم که لاپلاس  $8u(t)$ ، برابر با  $8/s$ ، می گردد.

مثال:

لاپلاس  $1u(t)$ ، را به دست آورید

پاسخ: از قاعده 1 فصل 1(1/1) می دانیم که لاپلاس عدد ثابت  $au(t)$ ، برابر با  $a/s$ ، می  
گردد بنابر این به این نتیجه می رسیم که لاپلاس  $1u(t)$ ، برابر با  $1/s$ ، می گردد.

نکته : از مبحث این بخش و به خصوص از مثال آخر متوجه می شویم که با توجه به آن که  $u(t)$  ، برابر با  $1u(t)$  ، می باشد فلذا لاپلاس  $u(t)$  ، برابر با  $1/s$  ، می گردد

## بخش 2 فصل 1(1/2): لاپلاس $\cos(\omega t)$ :

می توان ثابت کرد که لاپلاس  $\cos(\omega t)$ ، برابر با  $s/(s^2+\omega^2)$  می باشد

مثال: لاپلاس  $\cos 7t$ ، را به دست آورید

پاسخ:

از قاعده 2 فصل 1 می دانیم که لاپلاس  $\cos(\omega t)$ ، برابر با  $s/(s^2+\omega^2)$  می باشد بنابراین با توجه به آن که در  $\cos 7t$ ،  $\omega$ ، برابر با 7 می باشد فلذا لاپلاس  $\cos(7t)$ ، برابر با  $s/(s^2+7^2)$  می باشد و بنابراین لاپلاس  $\cos(7t)$ ، برابر با  $s/(s^2+49)$  می باشد

مثال: لاپلاس  $\cos 12t$ ، را به دست آورید

پاسخ:

از قاعده 2 فصل 1 می دانیم که لاپلاس  $\cos(\omega t)$ ، برابر با  $s/(s^2+\omega^2)$  می باشد بنابراین با توجه به آن که در  $\cos 12t$ ،  $\omega$ ، برابر با 12 می باشد فلذا لاپلاس  $\cos(12t)$ ، برابر با  $s/(s^2+12^2)$  می باشد و بنابراین لاپلاس  $\cos(12t)$ ، برابر با  $s/(s^2+144)$  می باشد

به دست آوردن لاپلاس  $\cos \omega t$ ، در صورتی که مقدار فرکانس یعنی  $f$ ، را داشته باشیم:

همان طور که می دانیم  $\omega$ ، برابر با  $2\pi f$  می باشد یعنی  $\omega = 2\pi f$ ، بنابراین در صورتی که مقدار فرکانس یعنی مقدار  $f$ ، را داشته باشیم  $\omega$ ، برابر با  $\omega = 2\pi * (f)$  می باشد =

مثال:

اگر شکل موج ما به شکل  $\cos \omega t$ ، باشد و  $f$ ، برابر با  $10/\pi$ ، باشد، لاپلاس آن را به دست آورید

پاسخ:

همان طور که می دانیم  $\omega$ ، برابر با  $2\pi f$  می باشد یعنی  $\omega = 2\pi f$ ، بنابراین در این مثال  $\omega$ ، برابر با  $\omega = 2\pi * (\frac{10}{\pi})$  می باشد و بنابراین  $\omega = 20$  می گردد یعنی  $\omega = 20$  و بنابراین شکل موج ما به شکل  $\cos 20t$ ، در می آید. فلذا برای حل این مثال کافی است که از  $\cos 20t$ ، لاپلاس بگیریم و از قاعده 2 فصل 1 می دانیم که لاپلاس  $\cos(\omega t)$ ، برابر با  $s/(s^2 + \omega^2)$  می باشد بنابراین با توجه به آن که در  $\cos 20t$ ،  $\omega$ ، برابر با 20 می باشد فلذا لاپلاس  $\cos(20t)$ ، برابر با  $s/(s^2 + 20^2)$  می باشد و بنابراین لاپلاس شکل موج این مثال یعنی  $\cos(20t)$ ، برابر با  $s/(s^2 + 400)$  می باشد

مثال:

اگر شکل موج ما به شکل  $\cos \omega t$  ، باشد و  $f$  ، برابر با  $20/\pi$  ، باشد ، لاپلاس آن را به دست آورید

پاسخ:

همان طور که می دانیم  $\omega$  ، برابر با  $2 \pi f$  می باشد یعنی  $\omega = 2 \pi f$  ، بنابراین در این مثال  $\omega$  ، برابر با  $2 \pi * (\frac{20}{\pi})$  می باشد و بنابراین  $\omega$  ، برابر با عدد 40 می گردد یعنی  $\omega = 40$  . و بنابراین شکل موج ما به شکل  $\cos 40t$  ، در می آید . فلذا برای حل این مثال کافی است که از  $\cos 40t$  ، لاپلاس بگیریم و از قاعده 2 فصل 1 می دانیم که لاپلاس  $\cos(\omega t)$  ، برابر با  $s/(s^2 + \omega^2)$  می باشد بنابراین با توجه به آن که در  $\cos 40t$  ،  $\omega$  ، برابر با 40 می باشد فلذا لاپلاس  $\cos(40t)$  ، برابر با  $s/(s^2 + 40^2)$  می باشد و بنابراین لاپلاس شکل موج این مثال یعنی  $\cos(40t)$  ، برابر با  $s/(s^2 + 1600)$  می باشد

مثال:

اگر شکل موج ما به شکل  $\cos \omega t$  ، باشد و  $f$  ، برابر با  $15/\pi$  ، باشد ، لاپلاس آن را به دست آورید

پاسخ:

همان طور که می دانیم  $\omega$  ، برابر با  $2 \pi f$  می باشد یعنی  $\omega = 2 \pi f$  ، بنابراین در این مثال  $\omega$  ، برابر با  $2 \pi * (\frac{15}{\pi})$  می باشد و بنابراین  $\omega$  ، برابر با عدد 30 می گردد یعنی  $\omega = 30$  . و بنابراین شکل موج ما به شکل  $\cos 30t$  ، در می آید . فلذا برای حل این مثال کافی است که از  $\cos 30t$  ، لاپلاس بگیریم و از قاعده 2 فصل 1 می دانیم که لاپلاس  $\cos(\omega t)$  ، برابر با  $s/(s^2 + \omega^2)$  می باشد بنابراین با توجه به آن که

در  $\cos 30t$ ،  $w$ ، برابر با 30 می باشد فلذا لاپلاس  $\cos(30t)$ ، برابر با  $s/(s^2+30^2)$  می باشد و بنابراین لاپلاس شکل موج این مثال یعنی  $\cos(30t)$ ، برابر با  $s/(s^2+900)$  می باشد

به دست آوردن لاپلاس  $\cos \omega t$ ، در صورتی که مقدار دوره تناوب یعنی  $T$ ، را داشته باشیم:

همان طور که می دانیم  $\omega$ ، برابر با  $2\pi/T$  می باشد یعنی  $\omega = 2\pi/T$ ، بنابراین در صورتی که مقدار دوره تناوب یعنی مقدار  $T$ ، را داشته باشیم  $w$ ، برابر با  $2\pi/T$  می باشد

مثال: اگر شکل موج ما به شکل  $\cos \omega t$ ، باشد و  $T$ ، برابر با  $\pi/10$ ، باشد، لاپلاس آن را به دست آورید

پاسخ:

همان طور که می دانیم  $\omega$ ، برابر با  $2\pi/T$  می باشد یعنی  $\omega = 2\pi/T$ ، بنابراین در این مثال  $\omega$ ، برابر با  $2\pi/\pi/10 = 20$  می باشد و بنابراین  $w$ ، برابر با عدد 20 می

گرد یعنی  $\omega = 20$  و بنابراین شکل موج ما به شکل  $\cos 20t$  ، در می آید . فلذا برای حل این مثال کافی است که از  $\cos 20t$  ، لاپلاس بگیریم و از قاعده 2 فصل 1 می دانیم که لاپلاس  $\cos(\omega t)$  ، برابر با  $s/(s^2+\omega^2)$  می باشد بنابراین با توجه به آن که در  $\cos 20t$  ،  $\omega$  برابر با 20 می باشد فلذا لاپلاس  $\cos(20t)$  ، برابر با  $s/(s^2+20^2)$  می باشد و بنابراین لاپلاس شکل موج این مثال یعنی  $\cos(20t)$  ، برابر با  $s/(s^2+400)$  می باشد

مثال: اگر شکل موج ما به شکل  $\cos \omega t$  ، باشد و  $T$  ، برابر با  $\pi/20$  ، باشد ، لاپلاس آن را به دست آورید

پاسخ:

همان طور که می دانیم  $\omega$  ، برابر با  $2\pi/T$  می باشد یعنی  $\omega = 2\pi/T$  ، بنابراین در این مثال  $\omega$  ، برابر با  $2\pi/\pi/20 = 40$  می باشد و بنابراین  $\omega$  ، برابر با عدد 40 می گردد یعنی  $\omega = 40$  و بنابراین شکل موج ما به شکل  $\cos 40t$  ، در می آید . فلذا برای حل این مثال کافی است که از  $\cos 40t$  ، لاپلاس بگیریم و از قاعده 2 فصل 1 می دانیم که لاپلاس  $\cos(\omega t)$  ، برابر با  $s/(s^2+\omega^2)$  می باشد بنابراین با توجه به آن که در  $\cos 40t$  ،  $\omega$  برابر با 40 می باشد فلذا لاپلاس  $\cos(40t)$  ، برابر با  $s/(s^2+40^2)$  می باشد و بنابراین لاپلاس شکل موج این مثال یعنی  $\cos(40t)$  ، برابر با  $s/(s^2+1600)$  می باشد

مثال: اگر شکل موج ما به شکل  $\cos \omega t$  ، باشد و  $T$  ، برابر با  $\pi/15$  ، باشد ، لاپلاس آن را به دست آورید

پاسخ:

همان طور که می دانیم  $\omega$  ، برابر با  $2\pi/T$  می باشد یعنی  $\omega = 2\pi/T$  ، بنابراین در این مثال  $\omega$  ، برابر با  $\omega = 2\pi/\pi/15$  می باشد و بنابراین  $\omega$  ، برابر با عدد 30 می گردد یعنی  $\omega = 30$  . و بنابراین شکل موج ما به شکل  $\cos 30t$  ، در می آید . فلذا برای حل این مثال کافی است که از  $\cos 30t$  ، لاپلاس بگیریم و از قاعده 2 فصل 1 می دانیم که لاپلاس  $\cos(\omega t)$  ، برابر با  $s/(s^2+\omega^2)$  می باشد بنابراین با توجه به آن که در  $\cos 30t$  ،  $\omega$  ، برابر با 30 می باشد فلذا لاپلاس  $\cos(30t)$  ، برابر با  $s/(s^2+30^2)$  می باشد و بنابراین لاپلاس شکل موج این مثال یعنی  $\cos(30t)$  ، برابر با  $s/(s^2+900)$  می باشد

## بخش 3 فصل 1(1/3): لاپلاس $\sin(\omega t)$ :

می توان ثابت کرد که لاپلاس  $\sin(\omega t)$ ، برابر با  $\omega/(s^2+\omega^2)$  می باشد

مثال: لاپلاس  $\sin 7t$ ، را به دست آورید

پاسخ:

از قاعده 2 فصل 1 می دانیم که لاپلاس  $\sin(\omega t)$ ، برابر با  $\omega/(s^2+\omega^2)$  می باشد بنابراین با توجه به آن که در  $\sin 7t$ ،  $\omega$ ، برابر با 7 می باشد فلذا لاپلاس  $\sin(7t)$ ، برابر با  $\omega/(s^2+7^2)$  می باشد و بنابراین لاپلاس  $\sin(7t)$ ، برابر با  $\omega/(s^2+49)$  می باشد

مثال: لاپلاس  $\sin 12t$ ، را به دست آورید

پاسخ:

از قاعده 2 فصل 1 می دانیم که لاپلاس  $\sin(\omega t)$ ، برابر با  $\omega/(s^2+\omega^2)$  می باشد بنابراین با توجه به آن که در  $\sin 12t$ ،  $\omega$ ، برابر با 12 می باشد فلذا لاپلاس  $\sin(12t)$ ، برابر با  $\omega/(s^2+12^2)$  می باشد و بنابراین لاپلاس  $\sin(12t)$ ، برابر با  $\omega/(s^2+144)$  می باشد

به دست آوردن لاپلاس  $\sin \omega t$ ، در صورتی که مقدار فرکانس یعنی  $f$ ، را داشته باشیم:

همان طور که می دانیم  $\omega$ ، برابر با  $2\pi f$  می باشد یعنی  $\omega = 2\pi f$ ، بنابراین در صورتی که مقدار فرکانس یعنی مقدار  $f$ ، را داشته باشیم  $\omega$ ، برابر با  $\omega = 2\pi * (f)$  می باشد

مثال:

اگر شکل موج ما به شکل  $\sin \omega t$ ، باشد و  $f$ ، برابر با  $10/\pi$ ، باشد، لاپلاس آن را به دست آورید

پاسخ:

همان طور که می دانیم  $\omega$ ، برابر با  $2\pi f$  می باشد یعنی  $\omega = 2\pi f$ ، بنابراین در این مثال  $\omega$ ، برابر با  $2\pi * (\frac{10}{\pi})$  می باشد و بنابراین  $\omega = 20$  می گردد یعنی  $\omega = 20$ ، و بنابراین شکل موج ما به شکل  $\sin 20t$ ، در می آید. فلذا برای حل این مثال کافی است که از  $\sin 20t$ ، لاپلاس بگیریم و از قاعده 2 فصل 1 می دانیم که لاپلاس  $\sin(\omega t)$ ، برابر با  $\omega/(s^2 + \omega^2)$  می باشد بنابراین با توجه به آن که در  $\sin 20t$ ،  $\omega$ ، برابر با 20 می باشد فلذا لاپلاس  $\sin(20t)$ ، برابر با  $\omega/(s^2 + 20^2)$  می باشد و بنابراین لاپلاس شکل موج این مثال یعنی  $\sin(20t)$ ، برابر با  $s/(s^2 + 400)$  می باشد

مثال:

اگر شکل موج ما به شکل  $\cos \omega t$  ، باشد و  $f$  ، برابر با  $20/\pi$  ، باشد ، لاپلاس آن را به دست آورید

پاسخ:

همان طور که می دانیم  $\omega$  ، برابر با  $2 \pi f$  می باشد یعنی  $\omega = 2 \pi f$  ، بنابراین در این مثال،  $\omega$  برابر با  $2 \pi * \left(\frac{20}{\pi}\right)$  می باشد و بنابراین  $\omega$  ، برابر با عدد 40 می گردد یعنی  $\omega = 40$  . و بنابراین شکل موج ما به شکل  $\sin 40t$  ، در می آید . فلذا برای حل این مثال کافی است که از  $\sin 40t$  ، لاپلاس بگیریم و از قاعده 2 فصل 1 می دانیم که لاپلاس  $\sin(\omega t)$  ، برابر با  $\omega/(s^2+\omega^2)$  می باشد بنابراین با توجه به آن که در  $\sin 40t$  ،  $\omega$  ، برابر با 40 می باشد فلذا لاپلاس  $\sin(40t)$  ، برابر با  $\omega/(s^2+40^2)$  می باشد و بنابراین لاپلاس شکل موج این مثال یعنی  $\sin(40t)$  ، برابر با  $\omega/(s^2+1600)$  می باشد

مثال:

اگر شکل موج ما به شکل  $\sin \omega t$  ، باشد و  $f$  ، برابر با  $15/\pi$  ، باشد ، لاپلاس آن را به دست آورید

پاسخ:

همان طور که می دانیم  $\omega$  ، برابر با  $2 \pi f$  می باشد یعنی  $\omega = 2 \pi f$  ، بنابراین در این مثال،  $\omega$  ، برابر با  $2 \pi * \left(\frac{15}{\pi}\right)$  می باشد و بنابراین  $\omega$  ، برابر با عدد 30 می گردد یعنی  $\omega = 30$  . و بنابراین شکل موج ما به شکل  $\sin 30t$  ، در می آید . فلذا برای حل این مثال کافی است که از  $\sin 30t$  ، لاپلاس بگیریم و از قاعده 2 فصل 1 می دانیم که لاپلاس  $\sin(\omega t)$  ، برابر با  $\omega/(s^2+\omega^2)$  می باشد بنابراین با توجه به آن که در

$\sin 30t$  ،  $w$  ، برابر با 30 می باشد فلذا لاپلاس  $\sin(30t)$  ، برابر با  $\omega/(s^2+30^2)$  می باشد و بنابراین لاپلاس شکل موج این مثال یعنی  $\sin(30t)$  ، برابر با  $\omega/(s^2+900)$  می باشد

به دست آوردن لاپلاس  $\sin \omega t$  ، در صورتی که مقدار دوره تناوب یعنی  $T$  ، را داشته باشیم:

همان طور که می دانیم  $\omega$  ، برابر با  $2\pi/T$  می باشد یعنی  $\omega = 2\pi/T$  ، بنابراین در صورتی که مقدار دوره تناوب یعنی مقدار  $T$  ، را داشته باشیم  $\omega$  ، برابر با  $2\pi/T$   $\omega =$  می باشد

مثال: اگر شکل موج ما به شکل  $\sin \omega t$  ، باشد و  $T$  ، برابر با  $\pi/10$  ، باشد ، لاپلاس آن را به دست آورید

پاسخ:

همان طور که می دانیم  $\omega$  ، برابر با  $2\pi/T$  می باشد یعنی  $\omega = 2\pi/T$  ، بنابراین در این مثال  $\omega$  ، برابر با  $2\pi/\pi/10 = 20$  می باشد و بنابراین  $\omega = 20$  گردد یعنی  $\omega = 20$  . و بنابراین شکل موج ما به شکل  $\sin 20t$  ، در می آید . فلذا برای حل این مثال کافی است که از  $\sin 20t$  ، لاپلاس بگیریم و از قاعده 2 فصل 1 می دانیم که لاپلاس  $\sin(\omega t)$  ، برابر با  $w/(s^2+w^2)$  می باشد بنابراین با توجه به آن که در

$\sin 20t$  ،  $w$  ، برابر با 20 می باشد فلذا لاپلاس  $\sin(20t)$  ، برابر با  $\omega/(s^2+20^2)$  می باشد و بنابراین لاپلاس شکل موج این مثال یعنی  $\sin(20t)$  ، برابر با  $\omega/(s^2+400)$  می باشد

مثال: اگر شکل موج ما به شکل  $\sin \omega t$  ، باشد و  $T$  ، برابر با  $\pi/20$  ، باشد ، لاپلاس آن را به دست آورید

پاسخ:

همان طور که می دانیم  $\omega$  ، برابر با  $2\pi/T$  می باشد یعنی  $\omega = 2\pi/T$  ، بنابراین در این مثال  $w$  ، برابر با  $2\pi/\pi/20 = 40$  می باشد و بنابراین  $\omega$  ، برابر با عدد 40 می گردد یعنی  $\omega = 40$  . و بنابراین شکل موج ما به شکل  $\sin 40t$  ، در می آید . فلذا برای حل این مثال کافی است که از  $\sin 40t$  ، لاپلاس بگیریم و از قاعده 2 فصل 1 می دانیم که لاپلاس  $\sin(\omega t)$  ، برابر با  $w/(s^2+w^2)$  می باشد بنابراین با توجه به آن که در  $\sin 40t$  ،  $\omega$  ، برابر با 40 می باشد فلذا لاپلاس  $\sin(40t)$  ، برابر با  $\omega/(s^2+40^2)$  می باشد و بنابراین لاپلاس شکل موج این مثال یعنی  $\sin(40t)$  ، برابر با  $\omega/(s^2+1600)$  می باشد

مثال: اگر شکل موج ما به شکل  $\sin \omega t$  ، باشد و  $T$  ، برابر با  $\pi/15$  ، باشد ، لاپلاس آن را به دست آورید

پاسخ:

همان طور که می دانیم  $\omega$  ، برابر با  $2\pi/T$  می باشد یعنی  $\omega = 2\pi/T$  ، بنابراین در این مثال  $w$  ، برابر با  $2\pi/\pi/15 = 30$  می باشد و بنابراین  $\omega$  ، برابر با عدد 30 می

گردد یعنی  $\omega = 30$ . و بنابراین شکل موج ما به شکل  $\sin 30t$ ، در می آید. فلذا برای حل این مثال کافی است که از  $\sin 30t$ ، لاپلاس بگیریم و از قاعده 2 فصل 1 می دانیم که لاپلاس  $\sin(\omega t)$ ، برابر با  $\omega/(s^2+\omega^2)$  می باشد بنابراین با توجه به آن که در  $\sin 30t$ ،  $\omega$ ، برابر با 30 می باشد فلذا لاپلاس  $\sin(30t)$ ، برابر با  $\omega/(s^2+30^2)$  می باشد و بنابراین لاپلاس شکل موج این مثال یعنی  $\sin(30t)$ ، برابر با  $\omega/(s^2+900)$  می باشد

## بخش 4 فصل 1(1/4): لاپلاس $t^n$

می توان ثابت کرد که لاپلاس  $t^n$  ، برابر با  $n!/s^{n+1}$  ، می گردد

مثال:

لاپلاس  $t^5$  ، را به دست آورید

پاسخ:

از قاعده 8 فصل 1 می دانیم که لاپلاس  $t^n$  ، برابر با  $n!/s^{n+1}$  ، می گردد بنابراین متوجه می شویم که لاپلاس  $t^5$  ، برابر با  $5!/s^6$  می گردد و با توجه به آن که  $5! = 5*4*3*2*1 = 120$  ، می گردد فلذا لاپلاس  $t^5$  ، برابر با  $120/s^6$  ، می گردد

مثال:

لاپلاس  $t^5$  ، را به دست آورید

پاسخ:

از قاعده 8 فصل 1 می دانیم که لاپلاس  $t^n$  ، برابر با  $n!/s^{n+1}$  ، می گردد بنابراین متوجه می شویم که لاپلاس  $t^5$  ، برابر با  $5!/s^6$  می گردد و با توجه به آن که  $5! = 5*4*3*2*1 = 120$  ، می گردد فلذا لاپلاس  $t^5$  ، برابر با  $120/s^6$  ، می گردد

مثال:

لاپلاس  $t^3$  ، را به دست آورید

پاسخ:

از قاعده 8 فصل 1 می دانیم که لاپلاس  $t^n$ ، برابر با  $n!/s^{n+1}$ ، می گردد بنابراین متوجه می شویم که لاپلاس  $t^3$ ، برابر با  $3!/s^4$  می گردد و با توجه به آن که  $3! = 3*2*1=6$ ، می گردد فلذا لاپلاس  $t^3$ ، برابر با  $6/s^4$ ، می گردد

مثال:

لاپلاس  $t^2$ ، را به دست آورید

پاسخ:

از قاعده 8 فصل 1 می دانیم که لاپلاس  $t^n$ ، برابر با  $n!/s^{n+1}$ ، می گردد بنابراین متوجه می شویم که لاپلاس  $t^2$ ، برابر با  $2!/s^3$  می گردد و با توجه به آن که  $2! = 2*1=2$ ، می گردد فلذا لاپلاس  $t^2$ ، برابر با  $2/s^3$ ، می گردد

مثال:

لاپلاس  $t$ ، را به دست آورید

پاسخ:

از قاعده 8 فصل 1 می دانیم که لاپلاس  $t^n$ ، برابر با  $n!/s^{n+1}$ ، می گردد بنابراین متوجه می شویم که لاپلاس  $t^1$ ، برابر با  $1!/s^2$  می گردد و با توجه به آن که  $1! = 1$ ، می گردد فلذا لاپلاس  $t$ ، برابر با  $1/s^2$ ، می گردد

## بخش 5 فصل 1(5/1):مثال تشخیص و جعل

### شناسی بیماری:

فرض کنید نوع جدیدی از میکروب کشف شده است که شکل موج صدای حاصل از آن، به شکل حاصل جمعی از عبارات زیر باشد شکل موج لاپلاس آن به چه شکل است

$$5u(t)(1)$$

$$8u(t)(2)$$

$$1u(t)(3)$$

$$\cos 7t(4)$$

$$\cos 12t(5)$$

(6) شکل موج به شکل  $\cos \omega t$  ، باشد و  $f$  ، برابر با  $10/\pi$  ، باشد

(7) شکل موج به شکل  $\cos \omega t$  ، باشد و  $f$  ، برابر با  $20/\pi$  ، باشد

(8) شکل موج به شکل  $\cos \omega t$  ، باشد و  $f$  ، برابر با  $15/\pi$  ، باشد

(9) شکل موج ما به شکل  $\cos \omega t$  ، باشد و  $T$  ، برابر با  $\pi/10$  ، باشد

(10) شکل موج ما به شکل  $\cos \omega t$  ، باشد و  $T$  ، برابر با  $\pi/20$  ، باشد

(11) شکل موج ما به شکل  $\cos \omega t$  ، باشد و  $T$  ، برابر با  $\pi/15$  ، باشد

$$\sin 7t(12)$$

$$\sin 12t(13)$$

(14) شکل موج به شکل  $\sin \omega t$  ، باشد و  $f$  ، برابر با  $10/\pi$  ، باشد

(15) شکل موج به شکل  $\sin \omega t$  ، باشد و  $f$  ، برابر با  $20/\pi$  ، باشد

- 16) شکل موج به شکل  $\sin \omega t$  ، باشد و  $f$  ، برابر با  $15/\pi$  ، باشد
- 17) شکل موج ما به شکل  $\sin \omega t$  ، باشد و  $T$  ، برابر با  $\pi/10$  ، باشد
- 18) شکل موج ما به شکل  $\sin \omega t$  ، باشد و  $T$  ، برابر با  $\pi/20$  ، باشد
- 19) شکل موج ما به شکل  $\sin \omega t$  ، باشد و  $T$  ، برابر با  $\pi/15$  ، باشد

$$t^5(20)$$

$$t^3(21)$$

$$t^2(22)$$

$$t(23)$$

پاسخ:

با توجه به آن که لاپلاس مجموع ، برابر با مجموع لاپلاس ها می باشد فلذا برای حل این مساله می بایست ابتدا از هر 23 شکل موج به صورت جداگانه لاپلاس گرفت و سپس هر 23 لاپلاس را با هم جمع کرد بنابراین در ابتدا روش به دست آوردن هر کدام از لاپلاس ها را به شرح زیر توضیح می دهیم

لاپلاس  $5u(t)$  :

پاسخ:

از قاعده 1 فصل 1(1/1) می دانیم که لاپلاس عدد ثابت  $au(t)$  ، برابر با  $a/s$  ، می گردد بنابراین به این نتیجه می رسیم که لاپلاس  $5u(t)$  ، برابر با  $5/s$  ، می گردد.

لاپلاس  $8u(t)$  :

پاسخ: از قاعده 1 فصل 1 (1/1) می دانیم که لاپلاس عدد ثابت  $au(t)$ ، برابر با  $a/s$ ، می گردد بنابراین به این نتیجه می رسیم که لاپلاس  $8u(t)$ ، برابر با  $8/s$ ، می گردد.

لاپلاس  $1u(t)$  :

پاسخ: از قاعده 1 فصل 1 (1/1) می دانیم که لاپلاس عدد ثابت  $au(t)$ ، برابر با  $a/s$ ، می گردد بنابراین به این نتیجه می رسیم که لاپلاس  $1u(t)$ ، برابر با  $1/s$ ، می گردد.

نکته : با توجه به آن که  $u(t)$ ، برابر با  $1u(t)$ ، می باشد فلذا لاپلاس  $u(t)$ ، برابر با  $1/s$ ، می گردد

لاپلاس  $\cos 7t$  :

پاسخ:

از قاعده 2 فصل 1 می دانیم که لاپلاس  $\cos(\omega t)$ ، برابر با  $s/(s^2+\omega^2)$  می باشد بنابراین با توجه به آن که در  $\cos 7t$ ،  $\omega$ ، برابر با 7 می باشد فلذا لاپلاس  $\cos(7t)$ ، برابر با  $s/(s^2+7^2)$  می باشد و بنابراین لاپلاس  $\cos(7t)$ ، برابر با  $s/(s^2+49)$  می باشد

لاپلاس  $\cos 12t$  :

پاسخ:

از قاعده 2 فصل 1 می دانیم که لاپلاس  $\cos(\omega t)$ ، برابر با  $s/(s^2+\omega^2)$  می باشد بنابراین با توجه به آن که در  $\cos 12t$ ،  $\omega$ ، برابر با 7 می باشد فلذا لاپلاس  $\cos(12t)$ ، برابر با  $s/(s^2+12^2)$  می باشد و بنابراین لاپلاس  $\cos(12t)$ ، برابر با  $s/(s^2+144)$  می باشد

اگر شکل موج ما به شکل  $\cos \omega t$ ، باشد و  $f$ ، برابر با  $10/\pi$ ، باشد، لاپلاس آن :

پاسخ:

همان طور که می دانیم  $\omega$ ، برابر با  $2\pi f$  می باشد یعنی  $\omega = 2\pi f$ ، بنابراین در این مثال  $\omega$ ، برابر با  $2\pi * (\frac{10}{\pi})$  می باشد و بنابراین  $\omega$ ، برابر با عدد 20 می گردد یعنی  $\omega = 20$  و بنابراین شکل موج ما به شکل  $\cos 20t$ ، در می آید. فلذا برای حل این مثال کافی است که از  $\cos 20t$ ، لاپلاس بگیریم و از قاعده 2 فصل 1 می دانیم که لاپلاس  $\cos(\omega t)$ ، برابر با  $s/(s^2+\omega^2)$  می باشد بنابراین با توجه به آن که در  $\cos 20t$ ،  $\omega$ ، برابر با 20 می باشد فلذا لاپلاس  $\cos(20t)$ ، برابر با  $s/(s^2+20^2)$  می باشد و بنابراین لاپلاس شکل موج این مثال یعنی  $\cos(20t)$ ، برابر با  $s/(s^2+400)$  می باشد

اگر شکل موج ما به شکل  $\cos \omega t$ ، باشد و  $f$ ، برابر با  $20/\pi$ ، باشد، لاپلاس آن:

پاسخ:

همان طور که می دانیم  $\omega$  ، برابر با  $2\pi f$  می باشد یعنی  $\omega = 2\pi f$  ، بنابراین در این مثال  $\omega$  ، برابر با  $2\pi * (\frac{20}{\pi})$  می باشد و بنابراین  $\omega$  ، برابر با عدد 40 می گردد یعنی  $\omega = 40$  . و بنابراین شکل موج ما به شکل  $\cos 40t$  ، در می آید . فلذا برای حل این مثال کافی است که از  $\cos 40t$  ، لاپلاس بگیریم و از قاعده 2 فصل 1 می دانیم که لاپلاس  $\cos(\omega t)$  ، برابر با  $s/(s^2 + \omega^2)$  می باشد بنابراین با توجه به آن که در  $\cos 40t$  ،  $\omega$  ، برابر با 40 می باشد فلذا لاپلاس  $\cos(40t)$  ، برابر با  $s/(s^2 + 40^2)$  می باشد و بنابراین لاپلاس شکل موج این مثال یعنی  $\cos(40t)$  ، برابر با  $s/(s^2 + 1600)$  می باشد

اگر شکل موج ما به شکل  $\cos \omega t$  ، باشد و  $f$  ، برابر با  $15/\pi$  ، باشد ، لاپلاس آن:

پاسخ:

همان طور که می دانیم  $\omega$  ، برابر با  $2\pi f$  می باشد یعنی  $\omega = 2\pi f$  ، بنابراین در این مثال  $\omega$  ، برابر با  $2\pi * (\frac{15}{\pi})$  می باشد و بنابراین  $\omega$  ، برابر با عدد 30 می گردد یعنی  $\omega = 30$  . و بنابراین شکل موج ما به شکل  $\cos 30t$  ، در می آید . فلذا برای حل این مثال کافی است که از  $\cos 30t$  ، لاپلاس بگیریم و از قاعده 2 فصل 1 می دانیم که لاپلاس  $\cos(\omega t)$  ، برابر با  $s/(s^2 + \omega^2)$  می باشد بنابراین با توجه به آن که در  $\cos 30t$  ،  $\omega$  ، برابر با 30 می باشد فلذا لاپلاس  $\cos(30t)$  ، برابر با  $s/(s^2 + 30^2)$  می باشد و بنابراین لاپلاس شکل موج این مثال یعنی  $\cos(30t)$  ، برابر با  $s/(s^2 + 900)$  می باشد