مسئله مسیریابی وسایل نقلیه (تئوری و کاربردها)

مولف:

علی اصغر رحمانی حسین آبادی

محمد نادعلیزاده چاری

فن‌آوری نوین

سرشناسه	: رحمانی‌حسین آبادی، علی‌اصغر، ۱۳۶۶ -
عنوان و نام پدیدآور	: مسئله مسیریابی وسایل نقلیه (تئوری و کاربردها) /مولف: علی اصغر رحمانی حسین آبادی، محمد نادعلیزاده چاری
مشخصات نشر	: بابل: فن‌آوری نوین، ۱۳۹۷.
مشخصات ظاهری	: ۱۲۸ ص.
شابک	: ۲۰۰۰۰۰ ریال ۰-۲۲-۷۲۷۲-۶۰۰-۹۷۸
وضعیت فهرست‌نویسی	: فیپا
موضوع	: مساله مسیریابی وسایل نقلیه
موضوع	Vehicle routing problem
موضوع	الگوریتم‌های فراابتکاری
موضوع	Metaheuristic algorithms*
شناسه افزوده	نادعلی‌زاده چاری، محمد، ۱۳۶۴ -
رده بندی کنگره	: ۱۳۹۷ ۵م۳ر/Tv۸/۵۷
رده بندی دیویی	: ۵۱۱/۵
شماره کتابشناسی ملی	: ۵۴۰۴۴۸۱

www.fanavarienovin.net

فن‌آوری نوین بابل، صندوق پستی ۴۷۱۶۷-۷۳۴۴۸ تلفن: ۳۲۲۵۶۶۸۷-۰۱۱

مسئله مسیریابی وسایل نقلیه (تئوری و کاربردها)

تالیف: علی اصغر رحمانی حسین آبادی، محمد نادعلیزاده چاری

ناشر: فن‌آوری نوین

چاپ اول: پاییز ۱۳۹۷

جلد: ۱۰۰۰

شابک: ۰-۲۲-۷۲۷۲-۶۰۰-۹۷۸

حروفچینی و صفحه‌آرایی: فن‌آوری نوین **قیمت:** ۲۰۰۰۰ تومان

تهران، خ اردیبهشت، نبش وحید نظری، پلاک ۱۴۲ تلفکس: ۶۶۴۰۰۲۲۰ -۶۶۴۰۰۱۴۴

فهرست مطالب

فصل اول: مفاهیم پایه ۷

۱. مقدمه‌ای بر پیمایش گراف..... ۷

۱-۱. نظریه گراف..... ۷

۱-۲. تاریخچه..... ۷

۱-۲-۱. تعریف گراف..... ۸

۱-۲-۲. اندازه گراف..... ۹

۱-۲-۳. درجه راس‌ها..... ۹

۱-۳. انواع گراف..... ۹

۱-۳-۱. گراف همبند و ناهمبند..... ۹

۱-۳-۲. گراف هی‌وود..... ۱۰

۱-۳-۳. گراف کامل..... ۱۰

۱-۳-۴. گراف پترسن..... ۱۱

۱-۳-۵. گراف دوبخشی ۱۲

۱-۳-۶. گراف دوبخشی کامل ۱۳

۱-۳-۷. گراف ساده ۱۳

۱-۳-۸. گراف همیلتونی..... ۱۳

۱-۳-۹. گراف چرخ ۱۴

۱-۳-۱۰. گراف چندگانه..... ۱۴

۱-۳-۱۱. گراف مکعبی..... ۱۵

۱-۳-۱۲. گراف جهت‌دار..... ۱۵

۱-۳-۱۳. گراف مسطح..... ۱۶

۱-۳-۱۴. گراف وزن‌دار..... ۱۶

۱-۳-۱۵. گراف‌های تماس تلفنی..... ۱۷

۱-۳-۱۶. گراف همپوشانی منابع غذایی در بوم شناسی..... ۱۷

۱-۳-۱۷. گراف‌های روابط آشنایی..... ۱۷

۱-۳-۱۸. گراف‌های همکاری..... ۱۷

۱-۳-۱۹. گراف نقشه راه‌ها..... ۱۷

۱-۴. کاربردهای گراف..... ۱۷

۱-۵. تحقیق در عملیات: هدف و تاریخچه آن ۱۸

۱-۶. تحقیق در عملیات چیست؟ ۱۸

۱-۷. تحقیق در عملیات یک رویکرد منحصر بفرد برای اتخاذ تصمیم ۲۰

۱-۷-۱. تحقیق در عملیات در حال حاضر پیرامون شما است ۲۱

۱-۷-۲. تحقیق در عملیات چه کاری می‌تواند برای ما انجام دهد؟ ۲۱

۱-۷-۳. تحقیق در عملیات پاسخگوی چالش‌هایی که امروز با آن روبرو هستید..... ۲۲

۱-۸. برخی از نمونه‌های کاربرد تحقیق در عملیات به شرح زیر است:..... ۲۲

۱-۹. بهینه‌سازی و معرفی انواع مختلف روش‌های آن..... ۲۳

۱-۹-۱. مقدمه..... ۲۳

۱-۹-۲. بررسی روش‌های جستجو و بهینه‌سازی ۲۵

۱-۹-۲-۱. روش‌های شمارشی..... ۲۶

۱-۹-۲-۲. روش‌های محاسباتی (جستجوی ریاضی یا Calculus - Based Method)..... ۲۶

۱-۹-۲-۳. روش‌های ابتکاری و فراابتکاری (جستجوی تصادفی) ۲۷

۱-۱۰. مسائل بهینه‌سازی ترکیبی ۲۷

۱-۱۰-۱. روش حل مسائل بهینه‌سازی ترکیبی ۲۸

۱-۱-۱۰-۱. آزادسازی..... ۲۹

۱-۱-۱۰-۲. تجزیه..... ۳۰

۱-۱-۱۰-۳. تکرار..... ۳۰

۱-۱۰-۲. روش تولید ستون ۳۰

۱-۱۰-۳ جستجوی سازنده ۳۰

۱-۱۰-۴. جستجوی بهبود یافته..... ۳۱

۱-۱۰-۵. روش جستجوی همسایه..... ۳۱

۱-۱۱. روش‌های فراابتکاری برگرفته از طبیعت ۳۲

۱-۱۱-۱. مسئله فروشنده دوره‌گرد..... ۳۳

۱-۱۲. انواع روش‌های فراابتکاری برگرفته از طبیعت..... ۳۳

۱-۱۲-۱. الگوریتم ژنتیک ۳۳
۲-۱۲-۱. آنیلینگ شبیه‌سازی شده ۳۴
۳-۱۲-۱. شبکه‌های عصبی ۳۵
۴-۱۲-۱. جستجوی ممنوع ۳۶
۵-۱۲-۱. سیستم مورچه ۳۷
۶-۱۲-۱. الگوریتم جستجوی محلی تقلید نیروی گرانشی ۳۷
۱-۶-۱۲-۱. پیشینه GELS ۳۷
۲-۶-۱۲-۱. الگوریتم جستجوی محلی تقلید نیروی گرانشی ۳۸
۷-۱۲-۱. الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ ۴۰
۱-۷-۱۲-۱. منع الهام یا رفتار نهنگ‌ها ۴۱
۲-۷-۱۲-۱. مدل ریاضی الگوریتم نهنگ ۴۲
۱-۲-۷-۱۲-۱. مرحله اول: محاصره شکار ۴۲
۲-۲-۷-۱۲-۱. مرحله دوم: روش حمله حبابی (فاز بهره‌برداری) ۴۴
۳-۲-۷-۱۲-۱. جستجو برای طعمه (فاز اکتشاف) .. ۴۶
۸-۱۲-۱. الگوریتم بهینه‌سازی ملخ ۴۸
۱۳-۱. معرفی مسئله مسیریابی ۵۸
۱-۱۳-۱. بهینه‌سازی بسته‌بندی ۵۸
۲-۱۳-۱. نمایش مسئله مسیریابی به صورت یک گراف ۶۵
۱۴-۱. طبقه‌بندی مسئله مسیریابی وسیله نقلیه ۶۷
۱۵-۱. مروری بر تاریخچه مسئله مسیریابی ۶۹
فصل دوم: معرفی الگوریتم‌های فراابتکاری در حل مسائل مسیریابی وسایل نقلیه ۷۳
۱-۲. مقدمه ۷۳
۲-۲. معرفی چند نمونه از الگوریتم‌های فراابتکاری جهت حل مسائل مسیریابی وسایل نقلیه ۷۳
۱-۳-۲. الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده ۷۴
۱-۱-۳-۲. ساختار کلی الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده ۷۵
۲-۱-۲-۲. همسایه‌های یک جواب ۷۶
۲-۲-۲. الگوریتم شبیه‌سازی تبریدی قطعی ۷۶
۳-۲-۲. الگوریتم جستجوی ممنوعه ۷۷
۱-۳-۲-۲. ساختار کلی جستجوی ممنوعه ۷۷
۲-۳-۲-۲. استراتژی های پیشرفته جستجوی ممنوعه ۷۸
۴-۲-۲. الگوریتم ژنتیک ۷۹
۱-۴-۲-۲. ساختار الگوریتم ژنتیک ۷۹
۲-۴-۲-۲. الگوریتم ژنتیک چیست؟ ۸۳
۳-۴-۲-۲. عملگرهای یک الگوریتم ژنتیک ۸۵
۵-۲-۲. الگوریتم کلونی مورچگان ۸۷
۱-۵-۲-۲. کاربردهای الگوریتم کلونی مورچگان . ۸۹
۲-۵-۲-۲. انواع مختلف الگوریتم بهینه‌سازی مورچگان ۸۹
۶-۲-۲. الگوریتم زنبور عسل ۹۰
۱-۶-۲-۲. استراتژی جستجوی غذای زنبور عسل در طبیعت ۹۰
۶-۲-۲. الگوریتم زنبور عسل ۹۱
۳-۶-۲-۲. کاربردها ۹۲
فصل سوم: معرفی مسائل مطرح در مسئله مسیریابی وسایل نقلیه ۹۳
۱-۳. مقدمه ۹۳
۲-۳. مسئله فروشنده دوره‌گرد ۹۳
۱-۲-۳. مسئله فروشنده دوره‌گرد چندگانه ۹۴
۲-۲-۳. مسئله فروشنده دوره‌گرد با پنجره زمانی ... ۹۵
۳-۲-۳. مسئله پر کردن ظرف ۹۵
۳-۳. کلاس‌های پیچیدگی ۹۶
۴-۳. مسئله مسیریابی وسایل نقلیه ۹۷
۵-۳. مدل‌سازی ریاضی مسائل مسیریابی ۹۸
فصل چهارم: کاربردهای مسیریابی وسایل نقلیه ... ۹۹
۱-۴. کاربردهای مسیریابی وسایل نقلیه ۹۹
۱-۱-۴. استفاده از مسیریابی وسایل نقلیه در توزیع روزنامه ۹۹
۲-۱-۴. استفاده از مسیریابی وسایل نقلیه در امداد و نجات ۹۹
۳-۱-۴. زمانبندی وسایل حمل و نقل پستی ۱۰۰

۴-۱-۴. مسیریابی کشتی‌های باری..... ۱۰۰
۵-۱-۴. استفاده از مسئله مسیریابی وسایل نقلیه در جمع‌آوری زباله..... ۱۰۱
۶-۱-۴. مسئله مسیریابی وسیله نقلیه و کاربرد آن در صنعت پخش..... ۱۰۱
۷-۱-۴. کاربرد الگوریتم‌های مسیریابی در زیر ساخت شهر الکترونیک..... ۱۰۲
فصل پنجم: بررسی انواع مسائل مسیریابی وسایل نقلیه ۱۰۳
۵-۱ بررسی انواع مسائل مسیریابی وسایل نقلیه..... ۱۰۳
۵-۱-۱. مسئله مسیریابی وسایل نقلیه با تحویل دادن و گرفتن کالا (VRPPD)..... ۱۰۵
۵-۱-۲. مسئله مسیریابی وسایل نقلیه با ظرفیت محدود (CVRP)..... ۱۰۹
۵-۱-۳. مسئله مسیریابی وسیله نقلیه ناهمگن (HVRP)..... ۱۰۹
۵-۱-۴. مسئله مسیریابی وسیله نقلیه به وسیله پنجره-های زمانی (VRPTW)..... ۱۱۱
۵-۱-۴-۱. مسئله مسیریابی وسایل نقلیه با پنجره‌های زمانی سخت..... ۱۱۱
۵-۱-۴-۲. مسئله مسیریابی وسایل نقلیه با پنجره‌های زمانی نرم..... ۱۱۱
۵-۱-۵. شکل پویای مسئله مسیریابی وسیله نقلیه (DVRP)..... ۱۱۳
۵-۱-۵-۱. مسائل بهینه‌سازی پویا..... ۱۱۳
۵-۱-۶. شکل تصادفی مسئله مسیریابی وسیله نقلیه (SVRP)..... ۱۱۵
۵-۱-۷. مسئله مسیریابی وسایل نقلیه همراه با کالاهای مرجوعی (VRPB)..... ۱۱۶
۵-۱-۸. مسئله مسیریابی وسیله نقلیه با امکان تقسیم توزیع (SDVRP)..... ۱۱۹
۵-۱-۹. مسئله مسیریابی وسایل نقلیه چندمحفظه (MC-VRP)..... ۱۱۹
۵-۱-۱۰. مسئله مسیریابی وسایل نقلیه چندانباره (MDVRP)..... ۱۲۰
۵-۱-۱۱. مسئله مسیریابی وسایل نقلیه دوره‌ای (PVRP)..... ۱۲۱
۵-۱-۱۲. مسئله مسیریابی وسایل نقلیه دوره‌ای با انتخاب سرویس‌دهی (PVRPSC)..... ۱۲۲
۵-۱-۱۳. مسئله مسیریابی وسیله نقلیه با مسیرهای باز (OVRP)..... ۱۲۲
۵-۱-۱۴. مسئله مسیریابی وسایل نقلیه با ناوگان ترکیبی (MFVRP)..... ۱۲۴
۵-۱-۱۵. مسیریابی وسایل نقلیه چندسطحی (MEVRP)..... ۱۲۴
۵-۱-۱۶. مسئله مسیریابی وسایل نقلیه فازی (FVRP)..... ۱۲۴
۵-۱-۱۷. مسئله مسیریابی وسیله نقلیه ترکیبی (HVRP)..... ۱۲۵
فصل ششم: جمع‌بندی و نتیجه‌گیری ۱۲۶

مقدمه‌ی مولف

«آخرین چیزی که یک نویسنده می‌فهمد،
این است که از کجا شروع کند.»

در عصری که همه پدیده‌ها شتابان در حال تغییر و تحول هستند، ایستایی مایه نابودی است. یکی از راهبردهای مهم در راستای رسیدن به پویایی، اشاعه فرهنگ کتاب و کتابخوانی است. بخصوص نوشتن کتاب در زمینه‌هایی که بحث نوین امروزی بوده و در موضوع مرتبط با آن نوشتار فارسی کمتر نوشته شده باشد، می‌تواند مفید باشد.

مسئله مسیریابی وسایل نقلیه یکی از مسائل علمی مهم و پرکاربرد است که در این زمینه گرچه تحقیقات زیادی انجام شده است، کتابی مبسوط به زبان فارسی منتشر نشده است. در کتاب حاضر ضمن معرفی این مسئله، زمینه‌های کاربرد و شیوه‌های رایج حل آن به تفضیل مورد بحث و بررسی قرار گرفته است که محصول کارهای پژوهشی مولفین در سال‌های اخیر است.

از مدیر محترم انتشارات فن‌آوری نوین که زمینه نشر این کتاب را فراهم ساخته‌اند، تشکر و قدردانی می‌شود.

بی‌شک هیچ نوشتار بشری خالی از ایراد نیست، از این‌رو از خوانندگان محترم خواهشمندیم که نقایص احتمالی کتاب را از طریق آدرس پست الکترونیکی (fanavarienovin@gmail.com) به مولفین اطلاع بدهند.

فصل ۱ مفاهیم پایه

۱. مقدمه‌ای بر پیمایش گراف

۱–۱. نظریه گراف

نظریه گراف شاخه‌ای از ریاضیات است که درباره گراف‌ها بحث می‌کند. این مبحث در واقع شاخه‌ای از توپولوژی است که با جبر و نظریه ماتریس‌ها پیوند مستحکم و تنگاتنگی دارد. نظریه گراف برخلاف شاخه‌های دیگر ریاضیات نقطه آغاز مشخصی دارد و آن انتشار مقاله‌ای از لئونارد اویلر[1]، ریاضیدان سوئیسی، برای حل مسئله پل‌های کونیگسبرگ در سال ۱۷۳۶ است.

پیشرفت‌های اخیر در ریاضیات، به ویژه در کاربردهای آن موجب گسترش چشمگیر نظریه گراف شده است به گونه‌ای که هم‌اکنون نظریه گراف ابزار بسیار مناسبی برای تحقیق در زمینه‌های گوناگون مانند: نظریه کدگذاری، تحقیق در عملیات[2]، آمار، شبکه‌های الکتریکی، علوم رایانه، شیمی، زیست‌شناسی، علوم اجتماعی و سایر زمینه‌ها گردیده است.

۲–۱. تاریخچه

برخلاف شاخه‌های دیگر ریاضیات، سیر نظریه گراف آغاز معینی در زمان و مکان دارد و آن مسئله هفت پل کونیگسبرگ است که در سال ۱۷۳۶ توسط لئونارد اویلر حل شد. در سال ۱۷۵۲ قضیه اویلر برای گراف‌های مسطح ارائه می‌شود. اما پس از آن به مدت تقریباً یک قرن فعالیت اندکی در این زمینه صورت گرفت.

در سال ۱۸۴۷، گوستاو کیرشهف[3] نوع خاصی از گراف‌ها به نام درخت را مورد بررسی قرار داد. کیرشهف این مفهوم را هنگام تعمیم قوانین اهم برای جریان الکتریکی در کاربردهایی که حاوی شبکه‌های الکتریکی بودند بکار گرفت. ده سال بعد، آرتور کیلی[4] همین نوع گراف را برای شمارش ایزومرهای متمایز هیدروکربن‌های اشباع شده C_nH_{2n+2} بکار برد.

---

[1] Leonhard Euler
[2] Operation Research (OR)
[3] Gustav Robert Kirchhoff
[4] Arthur Cayley

در همین دوران شاهد حضور دو ایده مهم دیگر در صحنه هستیم. ایده اول حدس چهار رنگ بود که نخستین بار توسط فرانسیس گوثری[1] در حدود سال ۱۸۵۰ مورد تحقیق قرار گرفت. این مسئله سرانجام در سال ۱۹۷۶، توسط کنث اپل[2] و ولفگانگ هیکن[3] و با استفاده از یک تحلیل رایانه‌ای پیچیده حل شد.

ایده مهم دوم، دور همیلتونی بود. این دور به افتخار سر ویلیام روآن همیلتون[4] نامگذاری شده است. او این ایده را در سال ۱۸۵۹ برای حل معمای جالبی حاوی یال‌های یک دوازده وجهی منتظم (گراف همیلتونی) بکار گرفت. یافتن جوابی برای این معما چندان دشوار نیست، ولی ریاضیدانان هنوز در پی یافتن شرایطی لازم و کافی هستند که گراف‌های بیسوی حاوی مسیر یا دورهای همیلتونی را مشخص کنند.

پس از این کارها تا بعد از سال ۱۹۲۰ فعالیت اندکی در این زمینه صورت گرفت. مسئله مشخص کردن گراف‌های مسطح را کازیمیر کوراتوفسکی، ریاضیدان لهستانی، در سال ۱۹۳۰ حل کرد. نخستین کتاب درباره نظریه گراف در سال ۱۹۳۶ منتشر شد. این کتاب را ریاضیدان مجار، دنش کونیگ[5]، که خود محقق برجسته‌ای در این زمینه بود، نوشت. از آن پس فعالیت‌های بسیاری در این زمینه صورت گرفته و رایانه نیز در چهار دهه اخیر به یاری این فعالیت‌ها آمده است.

۱–۲–۱. تعریف گراف

تعریف دقیق‌تر گراف به این صورت است، که گراف مجموعه‌ای از رأس‌ها است، که توسط خانواده‌ای از زوج‌های مرتب که همان یال‌ها هستند به هم مربوط (وصل) شده‌اند. در واقع یک گراف از مجموعه‌ای غیر خالی از اشیاء به نام رأس تشکیل شده، که آن را با V نشان می‌دهیم، و مجموعه‌ای شامل یال‌ها، که رأس‌ها را به هم وصل می‌کنند را با E نمایش می‌دهیم. یک چنین گرافی را با G=(V, E) نشان می‌دهیم. اگر یال y دو رأس v1 و v2 را به هم وصل کند می‌نویسیم y = {v1, v2}.

یال‌ها بر دو نوع ساده و جهت‌دار هستند، که هر کدام در جای خود کاربردهای بسیاری دارند. مثلاً اگر صرفاً اتصال دو نقطه–مانند اتصال تهران و زنجان با کمک آزادراه– مد نظر شما باشد، کافیست آن دو شهر را با دو نقطه نمایش داده، و اتوبان مزبور را با یالی ساده نمایش دهید. اما اگر بین دو شهر جاده‌ای یک‌طرفه وجود داشته باشد آنگاه لازمست تا شما با قرار دادن یالی جهت‌دار مسیر حرکت را در آن جاده مشخص کنید. همچنین برای اینکه فاصله بین دو شهر را در گراف نشان دهید، می‌توانید از گراف وزن‌دار استفاده کنید و مسافت بین شهرها را با یک عدد بر روی هر یال نشان دهید.

---

[1] Francis Gothari
[2] Kenneth Eiple
[3] Wolfgang Hicken
[4] Sir William Rowan Hamilton
[5] Kőnig Dénes

آغاز نظریه گراف به سده هجدهم بر می‌گردد. لئونارد اویلر[1] ریاضیدان بزرگ مفهوم گراف را برای حل مسئله پل‌های کونیگسبرگ[2] ابداع کرد اما رشد و پویایی این نظریه عمدتاً مربوط به نیم سده اخیر و با رشد علم انفورماتیک بوده‌است.

یکی از قسمت‌های پرکاربرد نظریه گراف، گراف مسطح است که به بررسی گراف‌هایی می‌پردازد که می‌توان آنها را به نحوی روی صفحه کشید که یال‌ها جز در محل راس‌ها یکدیگر را قطع نکنند. این نوع گراف در ساخت جاده‌ها و حل مسئله کلاسیک و قدیمی سه خانه و سه چاه آب بکار می‌رود.

نظریه گراف یکی از پرکاربردترین نظریه‌ها در شاخه‌های مختلف علوم مهندسی مانند (عمران)، باستان‌شناسی (کشف محدوده یک تمدن) و... است.

۲-۲-۱. اندازه گراف

اندازه گراف تعداد یال‌های یک گراف است و به صورت |E (G)| بیان می‌شود.

۳-۲-۱. درجه راس‌ها

در نظریه گراف‌ها، درجه یک راس به تعداد یال‌های متصل به آن راس گفته می‌شود. به عبارت دیگر، درجه یک راس تعداد همسایگی (مجاورت)های مستقیم یک راس را بیان می‌کند. از آنجا که هر یال در گراف دو راس را به هم وصل می‌کند، مجموع درجه راس‌های یک گراف با دو برابر تعداد یال‌های آن گراف برابر است.

۳-۱. انواع گراف

۱-۳-۱. گراف همبند و ناهمبند

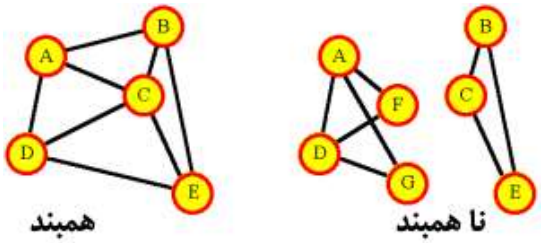
در ریاضیات و علوم کامپیوتر، همبندی یک گراف، یکی از مفاهیم اساسی نظریه گراف است و ارتباط نزدیکی با مفهوم مسیر دارد. یک گراف را همبند گوییم، اگر بتوان در امتداد یک دنباله از یال‌های مجاور گراف، از هر راس دلخواه آن به هر راس دیگر رسید. تعریف همبندی برحسب گردش‌ها به صورت زیر بیان می‌شود.

فرض کنید G یک گراف باشد، دو راس V و W از گراف G را همبند گویند، اگر و فقط اگر یک گردش از V به W وجود داشته باشد. گراف G همبند است، اگر و فقط اگر برای هر دو راس دلخواه V و Wدر گراف G یک گردش از V به W وجود داشته باشد.

در شکل ۱-۱ نمونه ای از گراف‌های همبند و ناهمبند را می‌بینید. در گراف سمت راست چون گراف دو قسمت است در نتیجه بین همه راس‌ها یک مسیر وجود ندارد. در نتیجه گراف ناهمبند می‌باشد.

---

[1] Leonhard Euler
[2] Königsberg

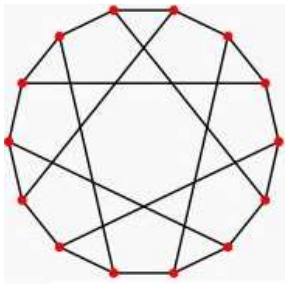


شکل ۱-۱. مثالی از یک گراف همبند و نا همبند

۲-۳-۱. گراف هی‌وود

گراف بدون جهت با ۱۴ رأس و ۲۱ یال است. گراف هی وود[1] ۳- منتظم است و همه دورها در آن ۶ یا بیشتر یال دارند. عدد تقاطع که همان قطر گراف است ۳ است و کوچکترین گراف منتظم با این عدد تقاطع است. این گراف به نام پرسی جان هی وود[2] نامگذاری شده است.

این گراف هم همیلتونی و هم دوبخشی است. عدد پوششی و عدد استقلال آن هر کدام ۷ هستند a=b=۷.



شکل ۱-۲. مثالی از یک گراف هی وود

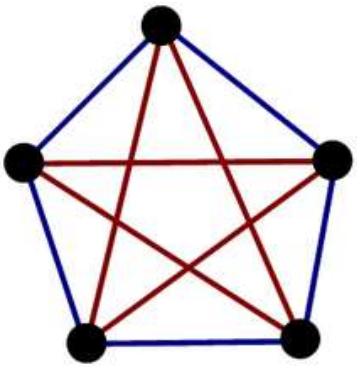
۳-۳-۱. گراف کامل

در نظریه گراف، یک گراف کامل، گرافی است که بین هر دو راس آن دقیقاً یک یال وجود داشته باشد. یک گراف کامل از مرتبه n، دارای n راس و $\frac{n(n-1)}{2}$ یال است که آن را با k_n نشان می‌دهند. یک گراف کامل یک گراف منتظم از درجه $n-1$ است.

گراف‌های کاملی که $p \geq 3$ قطعاً همیلتونی هستند.

گراف‌های کاملی که $p \geq 3$ و p فرد باشد $p = 2k+1$ اویلری هستند، چون درجه هر راس زوج است.

[1] Heawood Graph
[2] Percy John Heawood



شکل ۱-۳. گراف کامل ۵ رأسی

۴-۳-۱. گراف پترسن

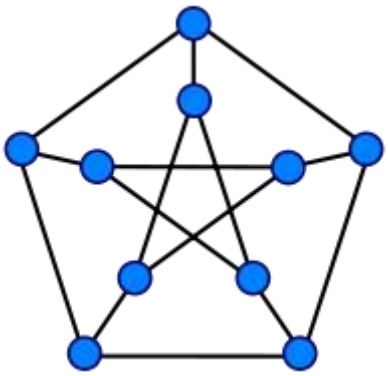
در نظریه گراف، **گراف پترسن**[1] گرافی غیرجهت‌دار، با ۱۰ راس و ۱۵ یال است. این گراف، گرافی کوچک می‌باشد که به عنوان مثالی مفید و همچنین مثال نقض در بسیاری از مسائل نظریه گراف به کار می‌رود.

جولیوس پترسن[2] (۱۹۱۰-۱۸۳۹) دانشمندی دانمارکی بود که در سال ۱۸۹۸ گرافی را، که به نام خودش ثبت شد، به عنوان کوچکترین گراف مکعبی (گرافی که هر راس آن از درجه ۳ باشد) بدون پل ساخت. در واقع این گراف مثال نقضی برای این ادعا بود که یک گراف مکعبی بدون پل متصل، داری یک رنگ‌آمیزی یالی با ۳ رنگ است. در حالیکه این گراف دارای این رنگ‌آمیزی با ۴ رنگ می‌باشد. با اینکه این گراف به طور عمومی به جولیوس پترسن نسبت داده می‌شود، ولی در حقیقت برای اولین بار ۱۲ سال زودتر از ساختن آن توسط وی، در سال ۱۸۸۶ به وجود آمده بود.

دونالد نوث[3] اذعان می‌کند که گراف پترسن، شکل و پیکری قابل توجه است که به عنوان مثالی نقض برای بسیاری از اسناد و اثبات‌های خوش‌بینانه درباره اینکه چه چیزهایی ممکن است به طور عمومی برای گراف‌ها درست باشد، بکار می‌رود.

---

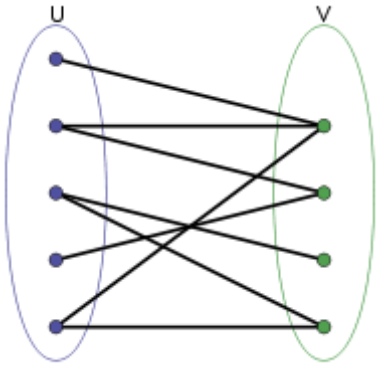
[1] Petersen
[2] Julius Petersen
[3] Donlad Knuth



شکل ۱-۴. گراف پترسن به شکل پنج ضلعی منتظم (دارای ۵ تقاطع).

۵-۳-۱. گراف دوبخشی[1]

گرافی است که بتوان رئوس آن را به گونه‌ای به دو مجموعه u و v تقسیم کرد که گراف‌های هر زیر گروه (v یا u) دو به دو با هم همسایه نبوده اما با حداقل یکی از رئوس مجموعه دیگر همسایگی داشته باشند.

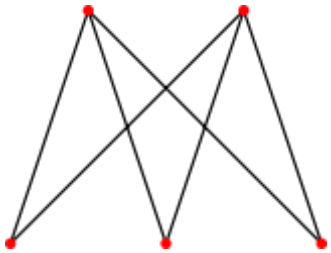


شکل ۱-۵. مثالی از یک گراف دوبخشی بدون دور

[1] Bipartite Graph

۶-۳-۱. گراف دوبخشی کامل[1]

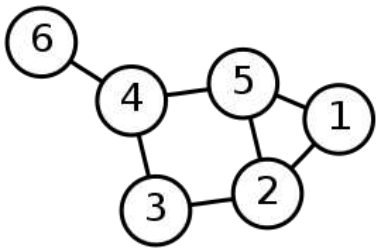
گراف دوبخشی کامل، گرافی است که رئوس هر کدام از مجموعه‌های v یا u دو به دو با رئوس مجموعه دیگر همسایه باشند. اگر حتی یکی از رئوس با همه اعضای مجموعه مقابل همسایه نباشد گراف دو بخشی کامل نیست.



شکل ۱-۶. مثالی از یک گراف دوبخشی کامل

۷-۳-۱. گراف ساده

هر گراف G زوج مرتبی مانند (V, E) است که در آن V مجموعه‌ای متناهی و ناتهی است و E زیرمجموعه‌ای از تمام زیرمجموعه‌های دو عضوی V می‌باشد. اعضای V را رأس‌های G و اعضای E را یال‌های G می‌نامیم. به بیان ساده‌تر بین دو رأس یک گراف ساده حداکثر یک یال وجود دارد و هیچ طوقه‌ای (یعنی یالی که رأس را به خودش وصل می‌کند) نیز وجود نداشته باشد.



شکل ۱-۷. نمایشی از یک گراف برچسبدار ۶ راسی با ۷ یال

۸-۳-۱. گراف همیلتونی

گراف ساده G از مرتبه V هرگاه دوری به طول V در آن یافت شود.

مسیر همیلتونی

مسیری از گراف G که شامل هر راس G باشد مسیر همیلتونی می‌نامند (در مسیر راس تکراری نداریم).

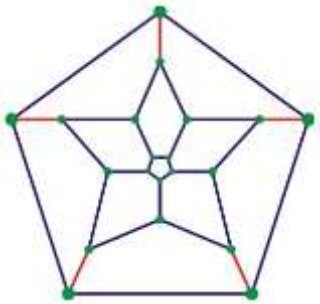
دور همیلتونی

مشابه بالا دوری است که شامل همه رئوس باشد. دور همیلتونی دوری به طول $|V|$ می‌باشد.

---

[1] Complete Bipartite Graph

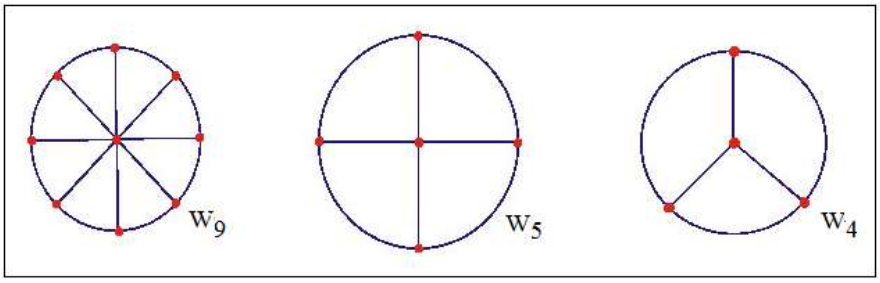
نام همیلتون به این دسته از دورها از سر ویلیام همیلتون به خاطر تحقیقات وی در وجود این مدارها در گراف خاصی به نام گراف همیلتون گرفته شده است. گراف هامیلتون یک دوازده وجهی منتظم می‌باشد که اگر آن را در صفحه بخواهیم رسم کنیم به صورت زیر در می‌آید:



شکل ۱-۸. نمایشی از یک گراف همیلتونی

۹-۳-۱. گراف چرخ

هر گراف G که دارای n راس باشد که $n \geq ۴$ و یکی از رئوس از درجه n-۱ و بقیه از درجه سه باشند، را یک گراف چرخ می‌نامیم. گراف چرخ n راسی را با W_n نمایش می‌دهیم.



شکل ۱-۹. نمایشی از یک گراف چرخ

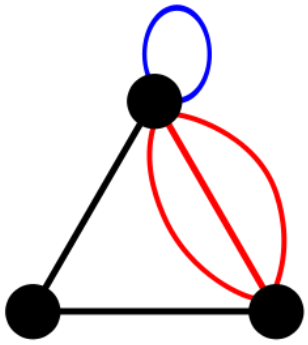
۱۰-۳-۱. گراف چندگانه

هرگاه بین دو رأس متمایز از یک گراف بیش از یک یال وجود داشته باشد، آن را یک گراف چندگانه می‌گوییم.

در نظریه گراف گراف چندگانه یا شبه گراف به گرافی گفته می‌شود که مجاز است یال‌های چندگانه داشته باشد که به آنها یال‌های موازی هم گفته می‌شود.

بنابراین دو راس ممکن است با بیش از یک یال بهم متصل شوند. گراف چندگانه را می‌توان با زوج مرتب G=(V, E) معرفی کرد که در آن:

- V مجموعه گره‌ها یا رأس‌های گراف است.
- E مجموعه چندگانه‌ای از زوج نامرتب یال‌ها که لبه‌ها یا خط نامیده می‌شوند.



شکل ۱-۱۰. مثالی از یک گراف چندگانه

۱-۳-۱۱. گراف مکعبی

یک گراف «k مکعب[1]» گرافی است که رئوس آن kتایی از «صفر» و «یک» هستند که دو رأس آن به یکدیگر متصل هستند اگر و فقط اگر دو رأسشان دقیقاً در یک مؤلفه با یکدیگر تفاوت داشته باشند. به عبارت دیگر اگر k عددی طبیعی باشد منظور «k مکعب» گرافی است که رأس‌های آن همه دنباله‌های رقمی از «صفر» و «یک» هستند و دو رأس در این گراف مجاور بوده هرگاه دنباله‌های متناظرشان دقیقاً در یک مؤلفه اختلاف داشته باشند.

۱-۳-۱۲. گراف جهت‌دار

هر گراف G زوج مرتبی مانند (V, E) است که در آن V مجموعه‌ای متناهی و ناتهی است و E زیرمجموعه‌ای از مجموعه تمام زوج مرتب‌های متشکل از اعضای V است.

در ریاضیات و به طور خاص در نظریه گراف، **گراف جهت‌دار** یا **گراف سودار** گرافی (مجموعه‌ای از گره‌ها که با یال‌ها به هم متصل شده‌اند) است که در آن به هر یال جهتی نسبت داده شده است. به زبان ریاضی، یک گراف جهت‌دار زوج مرتبی به صورت است (گاهی به صورت نیز نمایش داده می‌شود) که در آن:

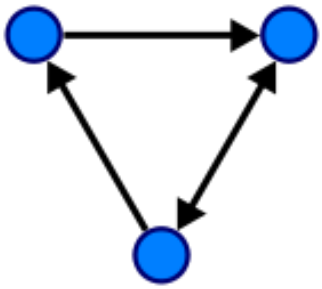
- V مجموعه‌ایست که اعضایش را رأس یا گره می‌نامند.
- A مجموعه‌ای از زوج‌های مرتبی از رأس‌ها است که کمان، یال جهت‌دار، فلش یا گاهی یال نامیده می‌شوند (که در حالت اخیر مجموعه متناظر را به جای A، با E نمایش می‌دهند.)

گراف جهت‌دار با گراف معمولی (بدون جهت) متفاوت است: در گراف معمولی، E به صورت مجموعه‌ای از زوج‌های نامرتب از رأس‌ها تعریف شده و معمولاً یال نامیده می‌شود.

---

[1] k-Cube

یک گراف جهت‌دار ساده نامیده می‌شود، اگر هیچ طوقه و یال چندگانه‌ای نداشته باشد (یالهای چندگانه یعنی یال‌هایی که ابتدا و انتهای یکسانی دارند). در یک گراف چندگانه جهت‌دار یال‌ها تشکیل یک مجموعه چندگانه (به جای مجموعه) از زوج‌های مرتب رأس‌ها می‌دهند و این گراف‌ها می‌توانند طوقه و یال چندگانه داشته باشند (طوقه یالی است که ابتدا و انتهایش رأس یکسانی است). در برخی متون، گراف جهت‌دار (بدون ذکر ویژگی ساده بودن) می‌تواند طوقه، یال چندگانه یا هر دو را داشته باشد.



شکل ۱-۱۰. مثالی از یک گراف جهت‌دار

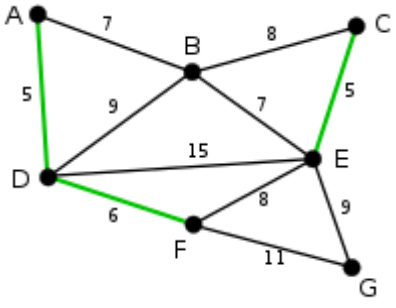
۱۳-۳-۱. گراف مسطح

گراف مسطح گرافی است که می‌توان آن را در یک صفحه محاط کرد به گونه‌ای که یال‌هایش یکدیگر را تنها در راس‌ها قطع کنند. به این گراف هامنی نیز گفته می‌شود.

در بین گراف‌های کامل فقط گراف‌هایی با تعداد راس مساوی یا کمتر از ۵ ($p\leq 5$) را، می‌توان به صورت مسطح رسم کرد.

۱۴-۳-۱. گراف وزن‌دار

در یک گراف وزن‌دار، به هر یال یک وزن (عدد) نسبت داده می‌شود. معمولاً اعداد حقیقی به عنوان وزن یال‌ها استفاده می‌شوند. اما بسیاری از الگوریتم‌های پر کاربرد فقط برای گراف‌هایی که دارای وزن صحیح یا مثبت هستند طراحی شده‌اند.



شکل ۱-۱۱. مثالی از یک گراف وزن دار

۱۵–۳–۱. گراف‌های تماس تلفنی

از گراف‌های تماس تلفنی می‌توان برای مدل کردن تماس‌های تلفنی برقرار شده در یک شبکه مانند شکبه تلفن راه دور استفاده کرد، که در آن راس‌ها شماره تلفن‌ها و یال‌ها ارتباط‌های برقرار شده بین شماره تلفن‌ها است.

۱۶–۳–۱. گراف همپوشانی منابع غذایی در بوم شناسی

یکی از کاربردهای گراف در رشته‌های دیگر مانند زیست‌شناسی است، در این گراف منابع غذایی یک اکوسیستم مدل می‌شوند و آگاهی مناسبی از رقابت‌های میان هر گونه ارایه می‌دهند.

۱۷–۳–۱. گراف‌های روابط آشنایی

از این مدل گراف می‌توانیم برای نمایش روابط متعدد بین افراد استفاده کنیم.

برای مثال، می‌توانیم از یک گراف ساده برای نمایش اینکه آیا دو نفر همدیگر را می‌شناسند، یعنی آیا آشنا هستند، استفاده کنیم.

۱۸–۳–۱. گراف‌های همکاری

برای مدل کردن همکاری نویسندگان در نوشتن مقالات علمی، می‌توان از یک گراف همکاری استفاده کرد. در یک گراف همکاری، رئوس، افراد (شاید محدود به اعضای یک انجمن دانشگاهی خاص) را نمایش می‌دهند و یال‌ها در صورتی دو نفر را بهم وصل می‌کند که آن دو نفر، مقاله‌ای را به طور مشترک نوشته باشند.

۱۹–۳–۱. گراف نقشه راه‌ها

از این گراف‌ها می‌توان برای مدل کردن نقشه راه‌ها استفاده کرد. در این گونه مدل‌ها، رئوس، نمایش دهنده تقاطع‌ها و یال‌ها، نمایش دهنده جاده‌ها هستند. یال‌های بدون جهت، جاده‌های دوطرفه و یال‌های جهت‌دار، جاده‌های یک‌طرفه را نشان می‌دهند.

۴–۱. کاربردهای گراف

از گراف‌ها برای حل مسائل زیادی در ریاضیات و علوم کامپیوتر استفاده می‌شود. ساختارهای زیادی را می‌توان به کمک گراف‌ها به نمایش درآورد. برای مثال برای نمایش چگونگی رابطه وب‌سایت‌ها به یکدیگر می‌توان از گراف جهت‌دار استفاده کرد. به این صورت که هر وب‌سایت را به یک راس در گراف تبدیل می‌کنیم و در صورتیکه در این وب‌سایت لینکی به وب‌سایت دیگری بود، یک یال جهت‌دار از این راس به راسی که وب‌سایت دیگر را نمایش می‌دهد وصل می‌کنیم.

از گراف‌ها همچنین در شبکه‌ها، طراحی مدارهای الکتریکی، اصلاح هندسی خیابان‌ها برای حل مشکل ترافیک، و ... استفاده می‌شود. مهمترین کاربرد گراف مدل‌سازی پدیده‌های گوناگون و بررسی برروی آنهاست. با گراف می‌توان به راحتی یک نقشه بسیار بزرگ یا شبکه‌ای عظیم را در درون یک ماتریس به نام ماتریس وقوع گراف ذخیره کرد یا الگوریتم‌های مناسب مانند الگوریتم دایجسترا یا الگوریتم کروسکال و ... را بر روی آن اعمال نمود. در اینجا به بررسی گراف‌هایی می‌پردازد که می‌توان آنها را به نحوی روی صفحه کشید که یال‌ها جز در محل راس‌ها یکدیگر را قطع نکنند. این نوع گراف در ساخت جاده‌ها و حل مسئله کلاسیک و قدیمی سه خانه و سه چاه آب به کار می‌رود.

کاربرد گراف بازه‌ها از گراف‌ها برای حل مسائل زیادی در ریاضیات و علوم کامپیوتر استفاده می‌شود. ساختارهای زیادی را می‌توان به کمک گراف‌ها به نمایش درآورد.

۵–۱. تحقیق در عملیات[1]: هدف و تاریخچه آن

واژه تحقیق در عملیات از لحاظ لغوی در بسیاری از واژه‌نامه‌ها به تجزیه و تحلیل ریاضی و علمی یک فرایند یا عملیات به منظور تصمیم‌گیری تعبیر گردیده است. به گمان برخی، این مبحث توسط چارلز باپیگ[2] (۱۸۷۱–۱۷۹۱) ابداع گردید زیرا که پژوهش‌های وی در خصوص هزینه حمل و نقل و مرتب‌سازی بسته‌های پستی در سال ۱۸۴۰ و همچنین بررسی رفتار تجهیزات حمل و نقل ریلی در ابعاد وسیع بوده است. شاخه توسعه یافته و یا همان تحقیق در عملیات که در کتاب‌های کنونی می‌توان جستجو نمود در طی جنگ جهانی دوم ظاهر گردید. عمده کسانی که در طی این دوره این شیوه را توسعه دادند پاتریک بلاکت[3]، سیسیل گردون[4]، ادینگتون[5]، جونز[6] و فرانک یاتس[7] از کشور انگلیس و جورج دانتریگ[8] از کشور آمریکا بودند. تلاش این عده در جهت تصمیم‌گیری بهتر در زمینه‌های نظیر پشتیبانی و زمانبندی آموزشی بود. پس از جنگ این شیوه در زمینه‌های مشابه بویژه در صنعت بکار گرفته شد.

۶–۱. تحقیق در عملیات چیست؟

به طور خلاصه، تحقیق در عملیات دانشی است به منظور بکار بستن روش‌های تحلیلی توسعه یافته برای کمک به تصمیم‌گیری بهتر.

---

[1] Operations Research (OR)
[2] Charlez Bapig
[3] Patrick Blackett
[4] Sicilia Gardoon
[5] Eddington
[6] Jones
[7] Frank Yats
[8] George Dantreig

تحقیق در عملیات یا پژوهش عملیاتی، یکی از زیرشاخه‌های ریاضیات کاربردی است، که جنبه‌های کاربردی آن در مهندسی صنایع مورد توجه قرار می‌گیرد. تحقیق در عملیات تکنیکی است به منظور بکار بستن روش‌های تحلیلی توسعه یافته، برای کمک به تصمیم‌گیری بهتر. تحقیق در عملیات با استفاده از روش‌هایی نظیر، مدل‌سازی ریاضی، به منظور تحلیل شرایط پیچیده، همواره به مدیران اجرایی توانایی اتخاذ تصمیم‌های مناسب‌تر و ایجاد سیستم کارا، بهینه و ثمر بخش را خواهد داد.

تحقیق در عملیات شاخه‌ای میان‌رشته‌ای از ریاضیات است که برای یافتن نقطه بهینه در مسائل بهینه‌سازی، از گرایش‌هایی مانند برنامه‌ریزی ریاضی، آمار و طراحی الگوریتم‌ها استفاده می‌کند. یافتن نقطه بهینه براساس نوع مسئله مفاهیم مختلف دارد و در تصمیم‌سازی‌ها استفاده می‌شود. مسائل تحقیق در عملیات بر بیشینه‌سازی (مانند سود بیشتر، سرعت خط تولید بالاتر یا پهنای باند بیشتر) یا کمینه‌سازی (مانند هزینه کمتر یا کاهش ریسک) با استفاده از یک یا چند قید، تمرکز دارند. ایده اصلی تحقیق در عملیات یافتن بهترین پاسخ برای مسائل پیچیده‌ای است که با زبان ریاضی مدل‌سازی شده‌اند و باعث بهبود یا بهینه‌سازی عملکرد یک سامانه می‌شوند.

تحقیق در عملیات معمولاً در قالب عناوینی چون علم مدیریت، روش‌های مقداری، تحلیل مقداری و علم تصمیم‌گیری نیز بیان می‌گردد. عبارت تحقیق در عملیات معمولاً به صورت مخفف OR نوشته می‌شود. تحقیق در عملیات یک رویکرد علمی است که در صدد حل مسائل مدیریتی است و هدف آن کمک به مدیران، جهت تصمیم‌گیری بهتر است. تحقیق در عملیات بر مجموعه‌ای از فنون ریاضی تأکید دارد که یا در حوزه علم مدیریت توسعه یافته‌اند یا از سایر رشته‌های علوم همانند ریاضی، طبیعی، آمار و مهندسی اقتباس شده‌اند. تحقیق در عملیات یکی از زیرشاخه‌های ریاضیات کاربردی است و جنبه‌های کاربردی آن در مهندسی صنایع نیز مورد توجه قرار می‌گیرد. ریاضیات کاربردی به متخصصان امکان می‌دهد تا جنبه‌های نظری تحقیق در عملیات را بررسی کرده و آن را گسترش دهند و توانایی ایجاد و توسعه تحقیق در عملیات را فراهم کنند. باید به خاطر داشت که تحقیق در عملیات چیزی بیش از مجموعه‌ای از فنون ریاضی است. این علم نیز همانند سایر علوم با مسائل و مشکلات به طریق منطقی برخورد می‌کند. نگاه OR به مسائل مدیریتی یک نگاه سیستماتیک و منطقی است.

ابزارهای اصلی استفاده شده توسط تحقیق در عملیات مدل‌سازی ریاضی، بهینه‌سازی، آمار، نظریه گراف، نظریه بازی‌ها، نظریه صف، آنالیز تصمیم‌گیری و شبیه‌سازی است. به دلیل ماهیت محاسباتی این شاخه، OR با علوم کامپیوتر پیوند دارد و تحلیل‌گر تحقیق در عملیات معمولاً از نرم‌افزارها یا کدهای اختصاصی استفاده می‌کنند که توسط خودشان یا همکارانشان ایجاد شده‌اند. نرم‌افزارهای تجاری تحقیق

در عملیات معمولاً با عنوان ابزارهای حل مسئله شناخته می‌شوند و قابلیت استفاده در نرم‌افزارها و کدهای خودنوشته را دارا هستند.

ویژگی بارز تحقیق در عملیات نگاه کلی آن به سیستم‌ها و بهبود آن است و به جای آنکه بر یک یا چند جزء سیستم تمرکز کند تمام سیستم را مد نظر قرار می‌دهد. تحلیل‌گران تحقیق در عملیات معمولاً با مسائل جدیدی مواجه می‌شوند و باید تشخیص دهند که کدام یک از روش‌ها بیشتر با ساختار سیستم، اهداف بهبود و قیدهای زمانی و توان محاسباتی منطبق است. به همین دلیل (و دلایل دیگر) نقش نیروی انسانی در تحقیق در عملیات حیاتی است. همانند ابزارهای دیگر، تکنیک‌های OR به تنهایی قادر به حل مسائل نیستند.

تحقیق در عملیات با استفاده از روش‌هایی نظیر، مدلسازی ریاضی به منظور تحلیل شرایط پیچیده، به مدیران اجرایی توانایی اتخاذ تصمیم‌های مناسب‌تر و ایجاد سیستم کارا و ثمر بخش در موارد زیر را می‌دهد:

- مجموعه داده‌های پیچیده.
- در نظر گرفتن تمامی محدودیت‌ها و شرایط موجود.
- پیش‌بینی دقیق نتایج و ارزیابی ریسک.
- بکارگیری پیشرفته‌ترین روش‌ها و ابزارهای تصمیم‌گیری.

۷–۱. تحقیق در عملیات یک رویکرد منحصر بفرد برای اتخاذ تصمیم

شاید شما ده‌ها مقاله و مطالب مرتبط با راه‌حل‌هایی که مدعی هستند که تصمیم‌گیری را برای شما آسان‌تر می‌سازد دیده‌اید. OR یک رویکرد منحصر بفرد است که روش‌های توسعه یافته و در عین حال پیچیده را به کمک اشخاص آموزش دیده می‌تواند پیاده‌سازی نماید. توانایی OR به ویژه در استفاده از ابزارهای توسعه یافته و روش‌هایی است که می‌تواند توانایی ارزیابی و تحلیلی که نرم‌افزارهای رایج از جمله صفحه گسترده‌ها از آن عاجزند را قوت ببخشد. به عبارت دیگر یک کارشناس تحقیق در عملیات توانایی تعریف چالش‌های عمده که شما در زمینه‌های کاری خود با آن روبرو هستید را داشته و روش‌هایی برای شفاف سازی و بکار بستن داده‌های مورد نیازتان را فراهم می‌سازد. به منظور رسیدن به این نتایج، کارشناسان OR طرح‌های خود را در راستای آخرین تکنولوژی تحلیل و ارزیابی به منظور پیدا نمودن ارتباطات ارزشمند و چشم‌اندازهای مناسب و اتخاذ پیش‌بینی‌های موثر ترسیم می‌کنند، یعنی:

- شبیه‌سازی که به شما توانایی آزمون رویکردها و ایده‌هایتان را به منظور بهبود هرچه بیشتر فراهم می‌سازد.