

به نام خدا

شرایط لازم بهینگی برای معادلات دیفرانسیل انتگرال مرتبه ی دوم غیر خطی ضربه ای روی فضاهاى باناخ

مؤلف:

مهرانگیز افشار

انتشارات ارسطو

(سازمان چاپ و نشر ایران - ۱۴۰۳)

نسخه الکترونیکی این اثر در سایت سازمان چاپ و نشر ایران و اپلیکیشن کتاب رسان موجود می باشد

chaponashr.ir

سرشناسه : افشار، مهرانگیز، ۱۳۵۶
عنوان و نام پدیدآور : شرایط لازم بهینگی برای معادلات دیفرانسیل انتگرال مرتبه ی دوم غیرخطی ضربه
ای روی فضاهای باناخ / مولف مهرانگیز افشار.
مشخصات نشر : انتشارات ارسطو (سازمان چاپ و نشر ایران)، ۱۴۰۳.
مشخصات ظاهری : ۱۰۶ ص.
شابک : ۹۷۸-۶۲۲-۴۰۸-۵۲۵-۲
وضعیت فهرست نویسی : فیبا
موضوع : معادلات دیفرانسیل انتگرال مرتبه ی دوم غیرخطی ضربه ای - شرایط بهینگی - فضاهای باناخ
رده بندی کنگره : TJ۸۱۱
رده بندی دیویی : ۶۲۱/۰۴۵
شماره کتابشناسی ملی : ۹۷۶۶۰۸۰
اطلاعات رکورد کتابشناسی : فیبا

نام کتاب : شرایط لازم بهینگی برای معادلات دیفرانسیل انتگرال

مرتبه ی دوم غیرخطی ضربه ای روی فضاهای باناخ

مولف : مهرانگیز افشار

ناشر : انتشارات ارسطو (سازمان چاپ و نشر ایران)

صفحه آرای، تنظیم و طرح جلد: پروانه مهاجر

تیراژ : ۱۰۰۰ جلد

نوبت چاپ : اول - ۱۴۰۳

چاپ : زبرجد

قیمت : ۱۰۶۰۰۰ تومان

فروش نسخه الکترونیکی - کتاب‌رسان :

<https://chaponashr.ir/ketabresan>

شابک : ۹۷۸-۶۲۲-۴۰۸-۵۲۵-۲

تلفن مرکز پخش : ۰۹۱۲۰۲۳۹۲۵۵

www.chaponashr.ir



تقدیم به

پدر و مادر عزیزم

همسر مهربانم

و آنان که مرا در راه کسب علم یاری کردند.

فهرست

| | |
|----|---|
| ۱۳ | فصل اول: مقدمه |
| ۱۳ | مقدمه |
| ۱۳ | بیان مسئله |
| ۱۵ | فصل دوم: مفاهیم اولیه |
| ۱۵ | مقدمه |
| ۱۵ | تعاریف و مفاهیم اولیه |
| ۱۵ | معادله دیفرانسیل معمولی |
| ۱۵ | مرتبه معادله دیفرانسیل |
| ۱۶ | شرط لیبشیتس |
| ۱۶ | عملگر خطی |
| ۱۶ | معادلات انتگرال و معادلات انتگرال - دیفرانسیل |
| ۱۶ | معادلات انتگرال |
| ۱۸ | معادلات انتگرال-دیفرانسیل |
| ۱۸ | معادله‌ی انتگرال-دیفرانسیل خطی و غیرخطی |
| ۲۰ | مفاهیم جبری |
| ۲۰ | مجموعه‌های کران‌دار در اعداد حقیقی |
| ۲۰ | فضای توپولوژیک |
| ۲۰ | مجموعه‌های نسبتاً فشرده |

| | | |
|----|-------|-----------------------|
| ۲۱ | | دنباله‌ی کشی |
| ۲۱ | | فضای اندازه‌پذیر |
| ۲۱ | | خواص فضای اندازه‌پذیر |
| ۲۲ | | فضای باناخ |
| ۲۲ | | فضای باناخ بازتابی |
| ۲۳ | | نامساوی شوارتز |
| ۲۳ | | فضای هیلبرت |
| ۲۳ | | نرم |
| ۲۴ | | فضای دوگان |
| ۲۵ | | مجموعه جواب |
| ۲۵ | | مقدار منظم |
| ۲۶ | | تعریف فرمالیسم جواب |
| ۲۶ | | هویت جواب |
| ۲۶ | | جواب فشرده |
| ۲۶ | | کلاس بسته |
| ۲۷ | | اندازه |
| ۲۷ | | اندازه‌پذیر بورل |
| ۲۷ | | چند تابعی |
| ۲۸ | | عملگر الحاقی |

| | |
|----|--------------------------------|
| ۲۸ | کنترل بهینه |
| ۲۸ | روش عمومی |
| ۲۹ | فضای موضعا محدب |
| ۲۹ | فضای L^p |
| ۲۹ | هم‌پیوسته |
| ۳۰ | پیوستگی |
| ۳۰ | پیوستگی لیشیتس |
| ۳۱ | موضعا لپ شیتس پیوسته |
| ۳۱ | پیوسته‌ی هولدر |
| ۳۱ | نیم‌پیوسته‌ی بالایی در یک نقطه |
| ۳۲ | نیم‌پیوسته‌ی پایینی در یک نقطه |
| ۳۲ | نیم‌پیوستگی در هر نقطه |
| ۳۲ | پیوسته قوی |
| ۳۲ | توابع تکه‌ای پیوسته (تابع پله) |
| ۳۳ | معادله‌ی الحاقی |
| ۳۳ | نامعادله‌ی گرونوال |
| ۳۳ | شکل دیفرانسیلی |
| ۳۴ | شکل انتگرالی توابع پیوسته |
| ۳۵ | تقریب یوسیدا |

| | |
|----|--|
| ۳۵ | قضیه‌ی بالدر |
| ۳۶ | قضیه آسکولی-آرزلا |
| ۳۶ | قضیه بولتسانو و ایراشتراس |
| ۳۶ | مشتق پذیری گاتو |
| ۳۷ | اصل ماکسیمم پنتریاگین |
| ۳۷ | لم گرونوال |
| ۳۸ | لم مازور |
| ۳۸ | قضیه‌ی نقطه‌ی ثابت باناخ |
| ۳۸ | تعاریف مربوط به معادلات انتگرال-دیفرانسیل ضربه‌ای غیرخطی مرتبه‌ی دوم |
| ۳۹ | عملگر کسری توانی |
| ۳۹ | فضای باناخ X_α |
| ۳۹ | تعریف $PC_l(I, X_\alpha), PC_l^1(I, X_\alpha)$ |
| ۴۰ | تعریف PWC |
| ۴۰ | فضای باناخ عملگرهای خطی کران‌دار |
| ۴۰ | فرضیات A |
| ۴۵ | دستگاه $U(t, s)$ |
| ۴۵ | کنترل U_{ad} |
| ۴۶ | جواب کلاسیک (مسئله مقدار اولیه مرتبه اول) |
| ۴۶ | مسئله مقدار اولیه مرتبه دوم |

| | |
|----|---|
| ۴۷ | شکل دیگری از مسئله مقدار اولیه مرتبه دوم |
| ۴۷ | خواص دستگاه $U(t,s)$ |
| ۴۸ | لم کران‌داری PC |
| ۴۸ | لم |
| ۴۸ | لم (۱) |
| ۴۹ | لم (۲) |
| ۴۹ | طبق فرض (س) عملگر S خواص زیر را دارد [۳۲]: |
| ۴۹ | لم (۳) |
| ۴۹ | لم (۴) |
| ۵۰ | قضیه وجود جواب ضعیف منحصر به فرد $PWC-\alpha$ |
| ۵۰ | جواب ضعیف $PWC-\alpha$ |
| ۵۰ | قضیه‌ی وجود جواب ضعیف α |
| ۵۱ | جواب ضعیف $PC-\alpha$ |
| ۵۱ | مسئله‌ی Bolza |
| ۵۲ | مسئله‌ی لاگرانژ (P) |
| ۵۳ | فصل سوم: نمادگذاری و اثبات لم‌ها |
| ۵۳ | مقدمه |
| ۵۳ | نمادگذاری |
| ۵۳ | پیوسته |

| | |
|----|---|
| ۵۳ | فشرده |
| ۵۳ | اثبات لمها و قضایا |
| ۵۴ | لم |
| ۵۵ | لم |
| ۵۷ | قضیه |
| ۶۰ | قضیه‌ی وجود جواب ضعیف $PWC-\alpha$ |
| ۶۳ | قضیه وجود و منحصر به فردی جواب ضعیف $PC-\alpha$ |
| ۶۹ | قضیه وجود جواب مسئله لاگرانژ (p) |
| ۷۵ | فصل چهارم: شرایط لازم بهینگی |
| ۷۵ | مقدمه |
| ۷۵ | فرضیات B |
| ۷۷ | لم |
| ۷۹ | دستگاه معادله‌ی الحاقی |
| ۸۰ | جواب ضعیف PC_r |
| ۸۰ | لم وجود جواب ضعیف PC_r |
| ۸۴ | جواب ضعیف PC_r با توجه به عملگر $V^*(t, s)$ |
| ۸۴ | قضیه‌ی شرایط بهینگی |
| ۹۳ | مراجع فارسی |
| ۹۴ | مراجع انگلیسی |

۹۸ واژه نامه

۹۸ واژه‌نامه‌ی انگلیسی به فارسی

فصل اول:

مقدمه

مقدمه

معادلات دیفرانسیل انتگرال ضربه‌ای در زمینه‌ی ریاضیات کاربردی مدرن پیشرفت قابل ملاحظه‌ای در سال‌های اخیر داشته است زیرا ساختار ظهور و بروز آن از یک پیشینه‌ی فیزیکی عمیق و مدل‌های ریاضیات واقع‌گرایانه برخوردار بوده است. در این کتاب سعی بر این است که شرایط لازم بهینگی را برای این نوع معادلات بررسی کنیم. برای این منظور ابتدا مسئله و اهمیت موضوع را بررسی می‌کنیم و سپس نگاهی به تاریخچه‌ی معادلات دیفرانسیل انتگرال ضربه‌ای داشته و در نهایت ساختار کلی کتاب را شرح می‌دهیم.

بیان مسئله

معادله دیفرانسیل انتگرال مرتبه‌ی دوم غیرخطی ضربه‌ای با عملگرهای تولیدی متغیر نسبت به زمان زیر را در نظر بگیرید.

(۱-۱)

$$\begin{cases} x''(t) + A(t) x'(t) = f(t, x(t), x'(t), (Gx)(t)) + B(t)u(t), & t \in (0, T] \setminus \theta, \\ x(0) = x_0, & \Delta x(t_i) = J_i^0(x(t_i), x'(t_i)), & t_i \in \theta, \\ x'(0) = x_1, & \Delta x'(t_i) = J_i^1(x(t_i), x'(t_i)), & t_i \in \theta, \end{cases}$$

که در آن G یک عملگر انتگرال غیرخطی است که به صورت زیر داده شده است:

$$(Gx)(t) = \int_0^t K(t, \tau) g(\tau, x(\tau), x'(\tau)) d\tau$$

نگاشت‌های $\theta = \{t_i \in (0, T) \mid 0 = t_0 < t_1 < \dots < t_n < t_{n+1} = T\}$ و J_i^0, J_i^1 غیرخطی هستند و $(i = 1, 2, \dots, n)$

در گام نخست از دستگاه‌های توسعه‌یافته $\{U(t,s) | (t,s) \in \bar{\Delta}\}$ که توسط خانواده‌ای از عملگرهای $\{A(t) | t \in I\}$ بیان می‌شوند، استفاده می‌کنیم. شایان ذکر است که این دستگاه‌های توسعه‌یافته به وسیله‌ی خانواده ماتریس عملگر $\{\mathcal{S}(t) | t \in [0, T]\}$ به وجود آمده‌اند. سپس وجود جواب ضعیف $PC_1 - \alpha$ برای معادلات (۱-۱) ثابت می‌کنیم. بعد از آن مسئله‌ی لاگرانژ دستگاهی که به وسیله‌ی معادلات (۱-۱) تولیدشده است را مورد بررسی قرار می‌دهیم و سپس وجود کنترل‌های بهینه را به اثبات می‌رسانیم. توجه داشته باشید که جواب معادله انتگرال دیفرانسیل امکان ارجاع به مسئله‌ی اولیه به وسیله‌ی یک تبدیل ساده مانند $s = T - t$ را ندارد. در نتیجه، جواب ضعیف مناسبی برای معادله‌ی الحاقی معرفی می‌کنیم و یک تخمین اولیه برای جواب معادله‌ی الحاقی پیدا می‌کنیم. سرانجام از تقریب یوسیدا به منظور استنتاج شرایط بهینگی استفاده می‌نمائیم.

فصل دوم: مفاهیم اولیه

مقدمه

در این فصل به بیان تعاریف مهمی که در قسمت‌های بعدی کتاب عمدتاً از آن‌ها استفاده شده می‌پردازیم. که در سه بخش صورت می‌گیرد در بخش نخست به بیان مفاهیم مهمی در مورد معادلات دیفرانسیل و فضاهای برداری پرداخته و سپس در بخش دوم تعاریفی در مورد معادلات انتگرال و انتگرال دیفرانسیل خطی و غیرخطی را مورد بحث قرار می‌دهیم و سپس در بخش سوم به معرفی مفاهیم و اصطلاحات خاص این کتاب که در درک قضایای اثبات شده نقش مهمی ایفا می‌کنند می‌پردازیم.

تعاریف و مفاهیم اولیه

معادله دیفرانسیل معمولی

اگر معادله دیفرانسیل فقط به یک متغیر مستقل بستگی داشته باشد، معادله دیفرانسیل معمولی^۱ (ODE) نام دارد. (هرگاه در یک معادله، تابع مجهول زیر علامت دیفرانسیل قرار داشته باشد، آن را معادله‌ی دیفرانسیل می‌گوییم [۳].)

مرتبه معادله دیفرانسیل

مرتبه یک معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی برابر است با بالاترین مرتبه مشتق که در معادله ظاهر می‌شود [۳].

^۱ Ordinary Differential Equation