به نام خدا

عملگرهای تجمعی برای مجموعه های فازی شهودی و مجموعه های فازی شهودی بازه ای – مقدار

مولف :

مرتضی مرادی

انتشارات ارسطو

(سازمان چاپ و نشر ایران – ۱۴۰۴)

نسخه الکترونیکی این اثر در سایت سازمان چاپ و نشر ایران و اپلیکیشن کتاب رسان موجود می باشد

Chaponashr.ir

سرشناسه : مرادی ، مرتضی ، ۱۳۶۱
عنوان و نام پدیدآور : عملگرهای تجمعی برای مجموعه های فازی شهودی و مجموعه های فازی شهودی بازه ای – مقدار / مولف مرتضی مرادی
مشخصات نشر : انتشارات ارسطو (سازمان چاپ و نشر ایران)، ۱۴۰۴.
مشخصات ظاهری : ۱۲۶ ص.
شابک : ۹-۵۱۰-۱۱۷-۶۲۲-۹۷۸
وضعیت فهرست نویسی : فیپا
یادداشت : کتابنامه.
موضوع : عملگرهای تجمعی – مجموعه های فازی شهودی – مجموعه های فازی شهودی بازه ای – مقدار
رده بندی کنگره : TP ۹۸۳
رده بندی دیویی : ۵۵/۶۶۸
شماره کتابشناسی ملی : ۹۹۷۶۵۸۸
اطلاعات رکورد کتابشناسی : فیپا

نام کتاب : عملگرهای تجمعی برای مجموعه های فازی شهودی و مجموعه های فازی شهودی بازه ای – مقدار
مولف : مرتضی مرادی
ناشر : انتشارات ارسطو (سازمان چاپ و نشر ایران)
صفحه آرایی، تنظیم و طرح جلد: پروانه مهاجر
تیراژ : ۱۰۰۰ جلد
نوبت چاپ : اول ــ ۱۴۰۴
چاپ : زبرجد
قیمت : ۱۲۶۰۰۰ تومان
فروش نسخه الکترونیکی – کتاب رسان :
https//:chaponashr.ir/ketabresan
شابک : ۹-۵۱۰-۱۱۷-۶۲۲-۹۷۸
تلفن مرکز پخش : ۰۹۱۲۰۲۳۹۲۵۵
www.chaponashr.ir

انتشارات ارسطو

فهرست

پیش گفتار

مادامی که با جهان دو ارزشی سروکار داشته باشیم ریاضیات کلاسیک ابزار مناسبی برای بیان مفاهیم مختلف است، اما با رشد اندیشه انسانی و پیشرفت‌های علمی نیاز به ابزارهای مناسب تر علمی برای بیان مفاهیم پیچیده تر زندگی و محیط انسان آشکار شده است. مفاهیمی که دیگر نمایش آن ها با ریاضیات کلاسیک که بر معیارهای دو ارزشی استوار است چندان مناسب و مقدور نیست. نیاز به مفاهیم چند ارزشی به جای مفاهیم دو ارزشی. نیاز برای بیان واقعیت‌های جهان آن گونه که هستند به جای بیان جهان در قالب هایی که چندان در آن نمی گنجند.

چه تعداد از شما مذکر هستید؟ دستهایتان را بلند کنید. دستهای مخاطبان مذکر بالا می روند و دستهای مخاطبان مونث پایین می مانند. این یک مجموعه به دست می دهد که کلاسیک است. منطق یک یا صفر ارسطو همچنان پابرجاست. مخاطبان به دو دسته سیاه و سفید، مذکر و غیر مذکر تقسیم می شوند. حال سوال دیگری پیش می آید: چه تعداد از شما از شغل خود راضی هستید ؟ دست ها بالا و پایین می روند و پس از چندی به سکون می رسند، اما اغلب دست ها خمیده می مانند. معدودی از افراد با اطمینان دست خود را راست بالا نگه می دارند یا آن را به طور کامل پایین نگه می دارند. اغلب افراد بین این دو حالت قرار می گیرند. آن ها معرف یک مجموعه کلاسیک نیستند. مخاطبان به دو دسته سیاه و سفید، راضی و ناراضی تقسیم نمی شوند. بلکه بیشتر آن ها حالت میانه، نامطمئن، خاکستری و یا فازی[1]دارند. به عبارت دیگر، در این جا حالت دو ارزشی یا دو مقداری ارسطوئی پابرجا نیست بلکه حالت فازی که در علوم با نام رسمی " حالت چند ارزشی" شناخته می شود پابرجاست. آری، در پی این اندیشه ها و تلاش برای مدل سازی پدیده های فازی، پروفسور لطف علی عسگرزاده[2] که در جامعه علمی جهانی به نام زاده معروف است، در سال ۱۹۶۵ برای اولین بار با معرفی نظریه مجموعه‌های فازی مقدمات مدل سازی اطلاعات نادقیق و استدلال تقریبی با معادله

[1]- Fuzzy

[2]- L. A. Zadeh

های ریاضی را فراهم نمود که در نوع خود تحولی عظیم در ریاضیات و منطق کلاسیک به وجود آورد. ایده نظریه مجموعه‌های فازی با این عبارت توسط پروفسور زاده مطرح شد: «ما نیازمند یک نوع دیگری از ریاضیات هستیم تا بتوانیم ابهامات و عدم دقت رویدادها را مدل سازی نمائیم، مدلی که متفاوت ازنظریه احتمالات است.» لذا نظریه فازی برای بیان و تشریح عدم قطعیت و عدم دقت در رویدادها به کار می رود که براساس منطق چند ارزشی به وجود آمده است.

در تفکر فازی بر خلاف فلسفه ارسطوئی، که در آن همه چیز به دو دسته درست و نادرست تقسیم می‌شود و مرز ها به طور کامل مشخص و تعریف شده هستند، مرز مشخصی وجود ندارد و تعلق عناصر مختلف به مفاهیم و موضوعات گوناگون نسبی است. به این ترتیب می‌بینیم که این تفکر تا چه اندازه با طبیعت و سرشت انسان و محیط جهان ما سازگار است. به نظر می رسد که، با وجود این سازگاری و این که تفکر فازی معرف دیدگاهی تازه در راستای تعمیم منطق ارسطوئی می باشد، نباید مخالفتی با این نگرش به وجودآمده باشد. اما نکته مهم آن است که براساس این دیدگاه، ریاضیات کلاسیک نیز که بر منطق ارسطوئی استوار است زیر سوال می رود و این نقطه آغاز مخالفت ها با فازی است. ریاضی دانان و فیلسوفان به آن حمله می کنند زیرا مخالف ایمان دودویی یا دوارزشی است. عده ای نظریه فازی را اشتباه و مخرب و کوکایین علم می دانند و عده ای دیگر حالت فازی را حالت ابهام آلودی از احتمالات می دانند.

اگرچه تا حدود سه دهه پیش نظریه فازی و بنیان گزار آن با مخالفت آشکار و سخت جمع کثیری از دانشمندان و ریاضی دانان روبرو بود، اما با پیدایش کابرد های عملی منطق فازی نظیر تولیدات صنعتی فازی، به تدریج این مخالفت ها به تحسین و تشویق بدل شد. به گونه ای که هم اینک نه تنها نظریه مجموعه فازی بلکه توسیع های آن نیز به طور گسترده ای در زمینه های گوناگون جامعه مدرن بکار رفته‌اند. از جمله این توسیع ها، نظریه مجموعه های فازی شهودی و نظریه مجموعه‌های فازی شهودی بازه ای – مقدار می باشد. حال با توجه به این که مطالعه این دو نظریه گسترش یافته است، تجمیع موثر و مدیریت کردن اطلاعات فازی شهودی و اطلاعات فازی شهودی بازه ای – مقدار به طور فزآینده ای اهمیت می یابد.

آنچه در پیش روی دارید ثمره خوشه چینی از ریاحین معطر و دل انگیز ریاضیات فازی است که دل هر شیدای طالب علم را به دنبال می کشاند. مباحثی که از حضورتان می گذرد، مشتمل بر چهار فصل است. در فصل اول مفاهیم و تعاریف اولیه مجموعه های فازی شهودی و مجموعه های فازی شهودی بازه ای – مقدار ارائه شده است. فصل دوم به معرفی عملگرهای تجمعی و خواص آن ها می پردازد. همچنین، فصل سوم و چهارم به ترتیب، به معرفی برخی از عملگرهای تجمعی برای مجموعه های فازی شهودی و مجموعه های فازی شهودی بازه‌ای – مقدار می پردازد.

در پایان لازم می دانم از استاد عزیزم جناب آقای دکتر بهرام فرهادی نیا که به حق در تحقق این مهم یاریم کردند سپاسگزاری نمایم. همچنین از حسن انتخاب شما که برای تفرج در آفاق علوم نظری بر باغ زیبای ریاضیات فازی مشرف شده اید تشکر می کنم.

فصل اول :
تعاریف و مفاهیم اولیه

مقدمه

در این فصل، ضمن معرفی مبسوط مجموعه های فازی شهودی و مجموعه های فازی شهودی بازه ای – مقدار، تعاریف و مفاهیم اولیه آن ها را که اساس و مبنای مطالب این پایان نامه هستند و در فصل‌های بعد از آنها استفاده می‌شود بیان می‌گردد. درک مفهوم مجموعه‌های فازی شهودی و مجموعه‌های فازی شهودی بازه ای- مقدار مستلزم شناخت مجموعه های فازی است. بنابراین، ابتدا مفهوم مجموعه های فازی تشریح می شود.

مجموعه های فازی

مجموعه های کلاسیک، برای مفاهیمی مناسب است که به طور قطعی و مشخص قابل تعریف می‌باشند. در حالی که، مفاهیمی وجود دارند که نمی توان به طور مشخص و قطعی برای آن ها حد و مرزی مشخص کرد و براساس آن مجموعه کلاسیک را تشکیل داد. مجموعه افراد قد بلند، مجموعه اتومبیل‌های با مصرف بنزین متوسط، مجموعه جاده های آرام در کشور و بسیاری موارد مشابه دیگر که در دنیای واقعی وجود دارند و توسط انسان ها در زندگی روزمره استفاده می شوند نمونه هایی از مفاهیم فاقد مرز مشخص می باشند. فرض کنیدمجموعه افراد قد بلند (A)، مجموعه افرادی باشدکه قد آن ها بزرگ تر یا مساوی ۱۹۰ سانتی متر است. در این صورت افرادی که قد آن ها به طور دقیق بزرگ تر یا مساوی ۱۹۰ سانتی متر است با درجه مشخصه یک وارد مجموعه A می شوند و افرادی که قد آن ها کمتر از ۱۹۰ سانتی متر است عضو مجموعه نبوده و درجه مشخصه آن ها صفر خواهد بود. در واقعیت تفاوت قابل ملاحظه ای بین شخصی که دارای قد ۱۹۰ سانتی متر است با شخصی که دارای قد ۱۸۹/۵ سانتی متر است نمی توان قائل شد و از دید همه مردم هر دو شخص قد بلند فرض می‌شوند. ولی لزوم تعیین مرز در نظریه مجموعه های کلاسیک باعث می شود که تمام افرادی که قد آن ها بزرگ

تر یا مساوی ۱۹۰ سانتی متر می باشد در مجموعه افراد قد بلند قرار بگیرند و شخصی با قد ۱۸۹/۵ سانتی متر در این مجموعه قرار نگیرد. برای رفع این نقیصه در بیان مجموعه ها، نظریه مجموعه‌های فازی [1]توسط پروفسور زاده مطرح شده است. در این نظریه اصل بر این است که همه چیز، به ویژه صفات (خوبی، بدی، بزرگی، زیبایی،...) تابع درجات است و عضویت درجه بندی شده می باشد.

تعریف ۱-۱-۱- [۴۷] فرض کنید X مجموعه مرجع [2]باشد. در این صورت $F=\{\langle x,\mu_F(x)\rangle | x\in X\}$ یک مجموعه فازی نامیده می شود که در آن $\mu_F : X \to [0,1]$ تابع عضویت [3]مجموعه فازی F است و $\mu_F(x)$ بر درجه عضویت عنصر $x\in X$ در F دلالت دارد که مقداری منحصربفرد متعلق به بازه $[0,1]$ می باشد.

مجموعه های فازی شهودی

بعد از معرفی نظریه مجموعه‌های فازی، این نظریه به طور گسترده ای در زمینه های گوناگون جامعه مدرن مورد استفاده قرار گرفته است. اساس مجموعه فازی توسیع تابع مشخصه[4]اختیار کننده مقدار ۰ یا ۱ به تابع عضویت می باشد که می تواند هر مقداری از بازه بسته $[0,1]$ را اختیار کند. با این وجود، تابع عضویت یک تابع تک مقداری است که، نمی تواند در بسیاری از موقعیت های عملی استفاده شود. به عبارت دیگر در واقعیت ممکن است همیشه این مطلب که «درجه عدم عضویت عنصر در یک مجموعه فازی مساوی است با ۱ منهای درجه عضویت» درست نباشد، زیرا ممکن است مقداری تردید وجود داشته باشد.

در شناخت مسائل، افراد ممکن است به خاطر پیچیدگی محیط دارای دقت یا سطح کافی آگاهی در زمینه مساله نباشند. در چنین مواردی، آن ها به طور معمول مقداری تردید در تامین خواستها یشان روی اشیا مد نظر دارند. برای مثال، در یک مساله رای‌گیری، علاوه بر "موافقت" و " مخالفت" به طور معمول "میانه روی " نیز وجود دارد

---
[1]- Fuzzy sets theory
[2]- Universal set
[3]- Membership function
[4]-Characteristic function

که بر تردید و ابهام رای دهنده درباره موضوع دلالت دارد. چون یک مجموعه فازی برای بیان کامل همه اطلاعات در چنین مسائلی نمی‌تواند به کار رود، لذا قابلیت استعمال آن اغلب در بسیاری از موقعیت‌های عملی محدود می‌گردد.

آتاناسو [۱][۴] در سال ۱۹۸۶، مجموعه‌های فازی زاده را با مفهوم مجموعه فازی شهودی [۲](IFS) تعمیم داد، که توسط یک تابع عضویت، یک تابع عدم عضویت [۳]، و یک تابع تردید [۴]مشخص می‌گردد. آتاناسو نشان داد که IFS می‌تواند بسیار مفصل ماهیت فازی اشیا را تشریح کند، و لذا در برخورد با ابهام و تردید نسبت به نظریه مجموعه فازی معمولی بسیار مفیدتر خواهد بود. طی سه دهه اخیر، محققان توجه زیادی جهت مطالعه نظریه IFS مبذول داشته اند، و به نتایج پرثمری در رابطه با کاربرد نظریه IFS در زمینه های گوناگونی همچون، تصمیم گیری چند معیاره، الگوشناسی، برنامه ریزی منطقی، تشخیص طبی، سیستم های روباتیک، توپولوژی فازی، یادگیری ماشینی و پیش بینی بازار دست یافته اند.

حال در ادامه مروری مختصر بر مجموعه های فازی شهودی ارائه شده است. بدین صورت که تعاریف و مفاهیم مورد نیاز فصل سوم بیان می شود.

تعریف ۱-۲-۱- [۴] فرض کنید X مجموعه مرجع باشد. در این صورت یک مجموعه فازی شهودی به صورت زیر است:

$$A=\{\langle x,\mu_A(x),\nu_A(x)\rangle \mid x\in \mathrm{X}\}$$

که توسط یک تابع عضویت:

$$\mu_A : X\to[۰,۱]\,,\quad x\in X\to\mu_A(x)\in[۰,۱]$$

و یک تابع عدم عضویت:

$$\nu_A : X\to[۰,۱],\qquad x\in X\to\nu_A(x)\in[۰,۱]$$

۱- Atanassov
۲- Intuitionistic fuzzy set
۳- Non membership function
۴- Hesitancy function

با شرط:

$$0 \le \mu_A(x) + \nu_A(x) \le 1 \quad , \quad (\forall x \in X)$$

مشخص می شود. $\mu_A(x)$ و $\nu_A(x)$ به ترتیب بیانگر درجه عضویت و درجه عدم عضویت x در A می باشند.

برای هر مجموعه فازی شهودی A از X، $\pi_A(x) = 1 - \mu_A(x) - \nu_A(x)$ را برای تمامی $x \in X$ درجه عدم اطمینان[1] x در A نامیده می شود. $\pi_A(x)$ را شاخص شهودی [2]نیز می نامند، که در واقع درجه تردید x در A است [۳۰]. برای هر x در X، واضح است که: $0 \le \pi_A(x) \le 1$.

در حالت خاص، اگر

$$\pi_A(x) = 1 - \mu_A(x) - [1 - \mu_A(x)] = 0, \quad x \in X$$

در این صورت A به مجموعه فازی معمولی تبدیل می شود. بنابراین هر مجموعه فازی حالت خاصی از مجموعه فازی شهودی است.

تعریف ۱-۲-۲-[۵] اگر $A = \{\langle x, \mu_A(x), \nu_A(x) \rangle | x \in X\}$ و $B = \{\langle x, \mu_B(x), \nu_B(x) \rangle | x \in X\}$ دو مجموعه فازی شهودی روی مجموعه مرجعی X باشند ، در این صورت

$$(1)\ A = B \leftrightarrow \mu_A(x) = \mu_B(x) \text{ و } \nu_A(x) = \nu_B(x), \qquad (\forall x \in X)$$

$$(2)\ A \subseteq B \leftrightarrow \mu_A(x) \le \mu_B(x) \text{ و } \nu_A(x) \ge \nu_B(x) \qquad (\forall x \in X).$$

---

[1]-Uncertainty degree

[2]-Initionistic index

نمایش مجموعه های فازی شهودی

روش های متداول برای نمایش مجموعه های فازی شهودی عبارتند از:

الف) زمانی که مجموعه مرجع X متناهی است یعنی ؛ $X=\{x_1,x_2,...,x_n\}$ ، مجموعه فازی شهودی A روی X می تواند به صورت زیر بیان شود:

$$A=\langle x_1,\mu_A(x_1),\nu_A(x_1)\rangle+\langle x_2,\mu_A(x_2),\nu_A(x_2)\rangle+...+\langle x_n,\mu_A(x_n),\nu_A(x_n)\rangle$$
$$=\sum_{j=1}^{n}\langle x_j,\mu_A(x_j),\nu_A(x_j)\rangle,$$

که در آن نماد های" + " و" Σ" به معنی جمع نیست، بلکه به معنی گسسته بودن مجموعه فازی شهودی است.

مثال ۱-۲-۱-۱- فرض کنید $A=\{\langle x_1,0/3,0/5\rangle,\langle x_2,0/4,0/5\rangle,\langle x_3,0/6,0/3\rangle\}$ مجموعه ای فازی شهودی روی مجموعه مرجع $X=\{x_1,x_2,x_3\}$ باشد. لذا، مجموعه فازی شهودی A می تواند به صورت زیر نیز بیان شود:

$$A=\langle x_1,۰/۳,۰/۵\rangle+\langle x_2,۰/۴,۰/۵\rangle+\langle x_3,۰/۶,۰/۳\rangle.$$

تذکر ۱-۲-۱-۱- مجموعه فازی شهودی A روی مجموعه مرجع متناهی $X=\{x_1,x_2,...,x_n\}$ می تواند به صورت زیرنیز بیان شود:

$$A=\langle\mu_A(x_1),\nu_A(x_1)\rangle/x_1+\langle\mu_A(x_2),\nu_A(x_2)\rangle/x_2+...+\langle\mu_A(x_n),\nu_A(x_n)\rangle/x_n$$
$$=\sum_{j=1}^{n}\langle\mu_A(x_j),\nu_A(x_j)\rangle/x_j$$

یا

$$A=\frac{\langle\mu_A(x_1),\nu_A(x_1)\rangle}{x_1}+\frac{\langle\mu_A(x_2),\nu_A(x_2)\rangle}{x_2}+...+\frac{\langle\mu_A(x_n),\nu_A(x_n)\rangle}{x_n}$$
$$=\sum_{j=1}^{n}\frac{\langle\mu_A(x_j),\nu_A(x_j)\rangle}{x_j},$$